I. část Země a geodézie

1 Úvod

1.1 Historie měření velikosti a tvaru Země

V dobách starých národů jako byli Babyloňané nebo Egypťané, byl tvar Země všeobecně považován za jakousi desku, která se pohybuje na vodní hladině. Mezi prvními, kdo vyslovil teorii o tom, že Země má kulový tvar byl zřejmě Pythagoras.

1.1.1 První určení poloměru Zeměkoule

První důkaz o kulovitosti Země však podal až Erathostenes (276-195 př.n.l.). Ten zvolil dvě místa, ležící přibližně na stejném poledníku a jejich vzdálenost odhadl podle cestovních dní kupeckých karavan. Rozdíl zeměpisných šířek určil podle sklonu slunečních paprsků v jednotlivých místech v okamžiku polední kulminace. Měření prováděl v době letního slunovratu. Pro poloměr Zeměkoule získal hodnotu R = 6 844 km; chyba byla 7,3%. Uvážíme-li podmínky při určení tohoto poloměru, musíme obdivovat Eratosthenovy znalosti a jeho měřičské umění.

Stejným způsobem jako Eratosthenes určil velikost Země asi o 150let později řecký filozof Poseidonios (135-51 př.n.l.). Pozoroval, že v určité době je vidět hvězdu Canopus na ostrově Rhodos přímo na mořském horizontu, kdežto v Alexandrii je asi $7^o30'$ nad obzorem. Vzdálenost obou míst určil odhadem podle plavby lodí. Z jeho výpočtů vyšel poloměr Zeměkoule R = 6 570 km. Tento velmi dobrý výsledek byl náhodný, neboť rozdíl zeměpisných šířek Alexandria-Rhodos není $7^o30'$, ale jen $5^o14'$ a i vzdálenost mezi oběma místy nebyla určena přesně. Není známo, jestli Poseidonos měřil obvod Země ještě jindy, ale řecký geograf Strabo uvádí, že Poseidonos určil poloměr Země rovný 5 300 km, tedy o celých 1 000 km menší než ve je skutečnosti. Je zajímavé, že tento rozměr použil asi v r. 130 n.l. astronom a geograf Ptolemaios pro konstrukci mapy světa. Dále od Ptolemaia převzali tuto nízkou hodnotu zemského poloměru středověcí mořeplavci, např. Kryštof Kolumbus.

1.1.2 Středověké měření Země

Kalif Al-Manun vydal v r. 827 rozkaz k určení poloměru Země. Arabští učenci tehdy zaměřili západně od Bagdádu délku oblouku odpovídající 2° na zemském poledníku. Zeměpisné šířky koncových bodů určili astronomicky. Výsledek byl pouze o 4% větší než hodnota správná.

Uplynulo bezmála 1000 let od Erathosténových měření, než se začala prosazovat teorie o tom, že Země nemá kulovitý tvar a začala epocha Země jako elipsoidu. V tomto dlouhém období nejsou žádné zprávy o určování poloměru Země. Výsledky antických učenců byly zničeny, křesťanství nepřálo rozvoji přírodních věd a po pádu Říše římské nastal v Evropě obrovský úpadek přírodních věd. Dokonce v této době znovu ožil názor, že Země je plochý kotouč, který pluje na vodě. Není bez zajímavosti, že Kryštof Kolumbus musel 2 000 let po Pythagorovi těžce prosazovat názor o kulovém tvaru Země.

1.1.3 Nové názory na tvar Země

Závislost mezi tíží a tvarem Země prvně precizoval Clairaut svým teorémem. a po praktické

stránce vystupují v „elipsoidické éře“ geodézie vedle astronomicko-geodetických metod i měření tíže a Snelliem v r. 1615 zavedená měření triangulační. Triangulační metoda dovolila přesné určení poledníkových či rovnoběžkových oblouků. Stupňová měření metodu triangulace později využila a rozvinula.

Kopernikovy, Keplerovy, Galileovy a především Newtonovy a Huygensovy práce byly příčinou toho, že se na tvar Země začalo pohlížet jako na rotační elipsoid. K tomuto názoru se došlo v důsledku nových teoretických znalostí a přesných triangulačních měření. K potvrzení tohoto názoru přispěly zkušenosti astronoma Richera, který byl v r.1672 vyslán do Cayenne v Jižní Americe, aby zaměřil paralaxu planety Mars. Richer zjistil, že jeho kyvadlové hodiny, které šly v Paříži správně, se v Cayenne zpožďují o 2,5 minuty za den. K obnovení jejich správného chodu proto musel zkrátit kyvadlo téměř o 3 mm. Toto zkrácení je ve shodě se zmenšením zemské tíže pro místa bližší rovníku.

Isaac Newton, který znal již od roku 1665 všeobecný gravitační zákon a Christian Huygens (autor teorie fyzického kyvadla) vysvětlovali zpožďování Richerových kyvadlových hodin po jejich přemístění z Paříže do místa na rovníku jako nutný důsledek zploštění Země na pólech – místo na rovníku je vzdálenější od středu Země než na 50° zeměpisné šířky (Paříž) a je zde proto nejen menší gravitační síla, ale i větší síla odstředivá, a tím je i doba kyvu stejného kyvadla větší.

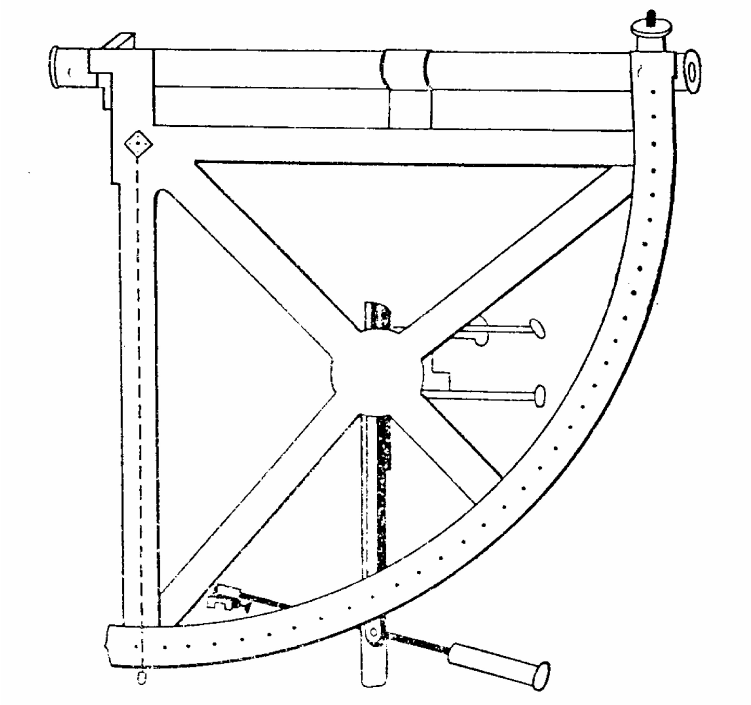
Teoretické úvahy a výpočty většiny slavných matematiků a fyziků (Clairaut, Bouguer aj.) potvrzovaly Newtonův názor o zploštění Země na pólech. Přesto se ale dál vedly učené spory. Když v roce 1725 zahájila svou vědeckou činnost petrohradská Akademie věd, obhajoval tehdy její nejstarší a nejváženější člen J.Herman Newtonovu teorii o sféroidickém tvaru Země, s kratší osou procházející póly. Bouguer v roce 1733 napsal, že se mu zdá, že jsou geometrie a fyzika v rozporu a pochybnosti, že se mohou odstranit pouze porovnáním dvou oblouků o délce 1° , z nichž jeden bude zaměřen blízko polárního kruhu a druhý blízko rovníku. K ukončení neplodných sporů o zploštění Země rozhodla v r.1735 francouzská Akademie věd a vypravila dvě expedice, aby vykonaly stupňová měření. Jedno měření se provádělo v Laponsku (blízko severního polárního kruhu) a druhé v Peru na rovníku. Obě slavné expedice tak navždy vešly do dějin geodézie.

Bližší o těchto pracech a, z hlediska geodézie, revoluční době najde čtenář v pracech [1], [2], [3], [5], [6], [7] a [8].

1.1.4 První stupňová měření na našem území

Stupňová měření a přesnější mapování se považovaly za důkaz vědecké, technické a hospodářské vyspělosti jednotlivých států. Proto jednotliví panovníci podporovali geodetické práce na svých územích. V druhé polovině 18. století byla vykonána celá řada stupňových měření nejen v Evropě, ale i v Americe, Africe a Asii. Často však bylo měření překotné a s malou přesností a výsledky proto byly málo spolehlivé.

V bývalém Rakousku-Uhersku se rovněž uvažovalo o vyhotovení podrobnějších map. Jedním z geodetických podkladů pro toto mapování mělo být stanovení délky 1° na vídeňském poledníku. Touto prací pověřila císařovna Marie Terezie ředitele vídeňské hvězdárny Josefa Liesganiga, který zvolil řetězec trojúhelníků mezi Brnem, Vídní, Štýrským Hradcem a Varaždínem. Počátečním bodem řetězce byl střed věže kaple sv. Kříže na území Soběšic, asi 5km severně od Brna. Řetězec trojúhelníků vedl přes vídeňskou hvězdárnu a končil na věži kostela ve Varaždíně. Astronomická a geodetická měření vykonával Liesganig v letech 1759-1768. Délky měřil 6 sáhů (asi 11,4 m) dlouhými dřevěnými latěmi a úhly v trojúhelnících pomocí kvadrantu o poloměru 79 cm, s jedním pevným a jedním pohyblivým dalekohledem, viz obr. 1.1.1.



Obr. 1.1.1 Kvadrant o poloměru 79 cm s jedním pevným a jedním pohyblivým dalekohledem

Rozdíl zeměpisných šířek Soběšic a Varaždína určil Liesganig $2^{o}56´45,85´´$. Změřil také azimut potřebný k promítnutí řetězce na poledník procházející věží chrámu sv. Štěpána ve Vídni. Výsledkem těchto prací bylo určení délky 1° na poledníku u Vídně hodnotou 58664,2 vídeňských sáhů (111 255,716 m). Tyto výsledky však byly krátce po uveřejnění ostře kritizovány. Liesganig byl obviněn z toho, že upravoval výsledky měření tak, aby dosáhl lepšího souhlasu při výpočtech. Z pozdějších triangulací skutečně vycházejí větší délky stran. Např. Ing. Šimek vypočítal z nových měření délku strany Soběšice – Děvín 42 162,91 m. Rozdíl od Liesgangova měření je 189,93 m, což je téměř přesně 100 vídeňských sáhů, což spíše ukazuje na hrubou chybu ve výpočtech, než na úpravy výsledků měření.

1.2 Vztah geodézie a ostatních vědních oborů

V této kapitole se budeme snažit stručně vyjádřit sepjatost geodézie s mnoha obdobnými vědními obory. Toto třídění je jistě subjektivní a jsme si jisti, jak je zvykem v povaze lidí, že nebudou někteří čtenáři souhlasit s předloženými názory. Nejdříve se pokusíme vyjmenovat obory, které jsou ve vzájemném vztahu s geodézií a poté obory, ve kterých je geodézie aplikována.

1.2.1 Geodézie a ostatní přírodní vědy

Astronomie. Určení polohy bodů geodetických sítí na povrchu Země změřením astronomických zeměpisných šířek a délek pomocí hvězd, jakož i určení astronomických azimutů pro zorientování geodetických sítí. Zjišťování velikosti a tvaru Země. Konzervace času. Zjišťování tíhového

zrychlení. Určení průběhu hladinových ploch, geoidu a kvazigeoidu. Využití umělých družic Země k vyřešení základních vědeckých úloh geodézie. Studium precese a nutace. Aplikace teorie relativity. Studium poruch v drahách družic.
Geofyzika. Měření tíhového zrychlení a jeho rozložení na povrchu i uvnitř Země. Studium nitra Země a jeho změn. Pohyby litosférických desek, horotvorné procesy. Mezi obory *geofyziky* rovněž patří *seizmologie, atmosféra, ionosféra* i *geotermika,* kterým geodézie napomáhá přímým měřením i studiem poruch a jejich příčin.
Geologie. Moderními způsoby měření kontroluje geodézie číselně teorie geologie, např. pohyby kontinentů. Výsledky prostorových metod napomáhají k objasnění *vzniku a vývoje* nejen Země, ale i Měsíce a planet. Zasahuje i do *geomorfologie, studia půdy* ad.
Meteorologie. Těkdy též *fyzika atmosféry* studuje stav a změny atmosféry, ionosféry a troposféry. V minulosti šlo především o podchycení vlivu atmosféry na astronomicko-geodetická měření, tj. vliv refrakce. V současnosti jde o podchycení vlivu při měření na družice.

1.2.2 Obory, v kterých je geodézie aplikována

Urbanistika. V městském prostředí s rychlým rozvojem je důležité, aby byl dochován a zdokumentován/zmapován současný stav pro budoucí generace.
Projektové inženýrství. Při budování velkých staveb jako jsou např. hráze, mosty nebo velké továrny je v mnoha případech nezbytně nutné vytipovat předem vhodné lokality pro tyto stavby. Pro tato strategická místa je často nezbytně nutné znát pohyby země a pohyby vodních hladin před, během a po stavbě. V případě staveb hrází, hydrodynamických tunelů, zavlažovacích projektů a pod. je třeba znát přesný tvar ekvipotenciálních ploch spádových oblastí.
Vytyčování hranic. Znalost průběhu hranic jak v mezinárodním tak i ve vnitrostátním měřítku je v dnešní době velice důležité. V nedávné době se začal klást důraz na přesnou znalost hranic také v takových částí světa, jakou jsou polární oblasti a Severní moře. Umístění a vytyčení těchto hranic je vhodné zejména z ekonomického hlediska.
Ekologie. Z nedávné minulosti je patrné, že je nezbytné studovat jak lidská činnost ovlivňuje životní prostředí. Příkladem mohou být pohyby na povrchu Země, které jsou způsobeny podpovrchovou těžbou nerostných surovin nebo podpovrchovou likvidací různých odpadů. Zde je geodézie nezbytná. Současnost tuto naléhavost jen podporuje.
Zeměpis. Veškeré polohové informace, které se využívají v geografii, vycházejí z geodézie. Přestože geografové využívají méně přesná data, jen geodézie jim může poskytnou tyto podklady.
Planetologie. I v planetologii se využívá mnohých geodetických metod, příkladem jsou prostorové techniky. Pomocí nich můžeme sledovat pohyby těles sluneční soustavy a tím i jejich poruchy.
Hydrografie. Z různých zdrojů je patrno, že někteří odborníci hydrografii slučují s oceánografií a jiní ji přikládají zvláštní význam. Je možné na hydrografii pohlížet jako na zvláštní (námořní) větev mapování, kdy geodézii využijeme při určení přesné polohu na moři nebo při zjišťování hloubky sondování pod mořskou hladinou.

1.3 Definice vyšší geodézie a její úkoly

Vyšší geodézie vznikla již ve starověku, neboť bylo zcela přirozené, že se lidé zajímali o velikost a tvar Země, nositelky života. Tenkrát ovšem nedosáhla takové úrovně jako matematika, astronomie

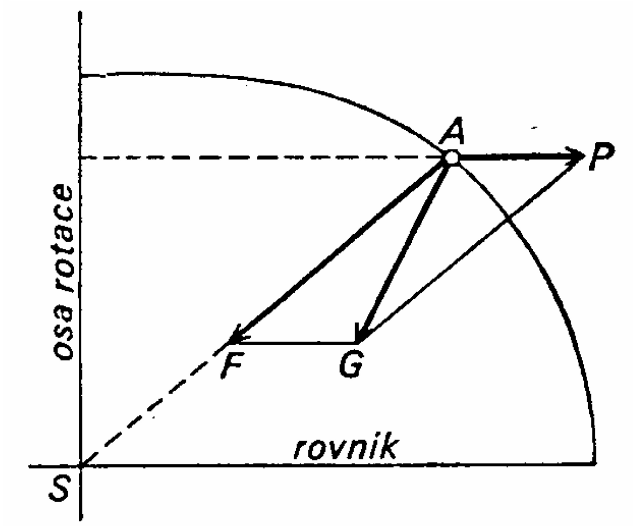
nebo geografie. Její velký rozvoj začal teprve v 17. století, kdy se stala skutečnou vědou.

Základním vědeckým úkolem vyšší geodézie je určení rozměrů a tvaru Země, jejího vnějšího tíhového pole a jejich změn s časem. Tato oblast geodetických prací se označuje „teoretická" nebo „základní" též „fyzikální" geodézie a patří do skupiny věd o Zemi (geověd), které zkoumají naší planetu v celku i v částech.

Da1ším, velmi dů1ežitým vědeckotechnickým úkolem vyšší geodézie je vybudovat na území jednotlivých států, skupin států nebo na celé Zemi základní geodetické sítě (sítě I. případně i 0. řádu) pro řešení technických úkolů (vyměřování a mapování).

Je samozřejmé, že oba hlavní úkoly vyšší geodézie spolu úzce souvisejí a navzájem se prolínají.

Při formování tvaru zemského tělesa působí dvě síly: přitaž1ivá síla *F* podle obecného gravitačního zákona a odstředivá síla *P* jako důsledek zemské rotace. Výslednicí obou sil je síla zemské tíže *G*, viz obr. 1.3.1. Prostor, ve kterém se projevuje působeni zemské tíže, je tíhové pole Země.



Obr. 1.3.1 Působení přitažlivé F a odstředivé síly P

Uzavřené plochy, které jsou v každém svém bodě kolmé na směr tíže, jsou plochy hladinové. Jejich průsečnice s fyzickým zemským povrchem si můžeme představit jako vrstevnice na topografických mapách.

Pro geodézii a geofyziku je nejdůležitější plocha, která prochází nulovým výškovým bodem. Toto těleso se obecně nazývá geoid.

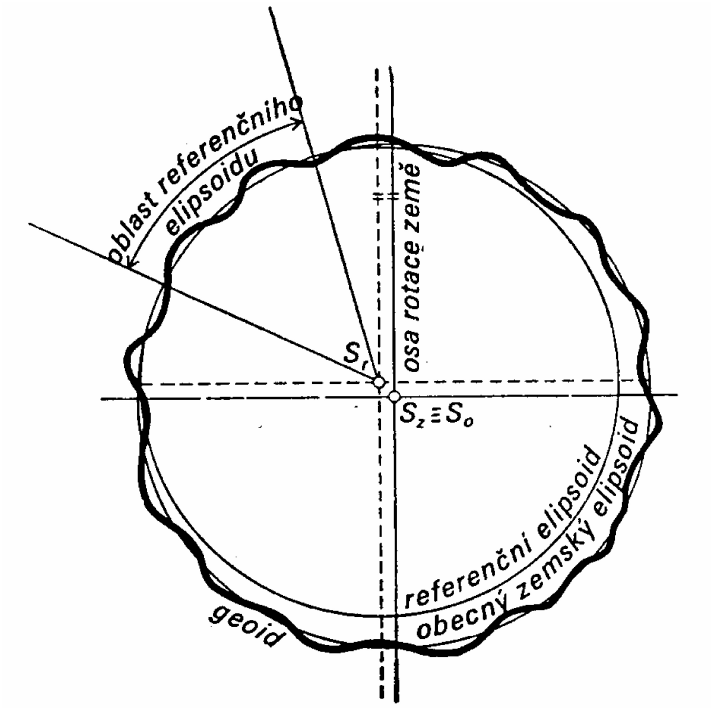
V důsledku toho, že v zemské kůře je hmota o různé hustotě rozložena nepravidelně, je také nepravidelné skutečné tíhové pole Země a proto geoid jako takový je těleso velmi složité. Geoid si můžeme představit jako plochu, která je velmi blízká klidným hladinám oceánů a moří, avšak ovšem pokračuje pod kontinenty.

V roce 1945 přišel ruský geofyzik a geodet M. S. Moloděnskij s novou teorií, která uvažuje geodetické, astronomické a gravimetrické veličiny, naměřené jen na fyzickém zemském povrchu. Předmětem určení není geoid, ale plocha obecná, která není plochou hladinovou. Tato plocha byla nazvána kvazigeoid. Jednotlivé body této plochy dostaneme, odměříme-li od bodů na fyzickém zemském povrchu příslušné normální výšky (měříme po tížnicích), které se určují jen z nivelačních a gravimetrických měření. Základním úkolem vyšší geodézie je tedy rovněž, kromě

velikosti Země, určení tvaru Země a jejího vnějšího tíhového pole. Toto řešení nepotřebuje žádné hypotézy a jeho přesnost je omezena jen přesností měřených veličin.

Kvazigeoid je blízký geoidu. Odlehlost obou ploch se liší maximálně o 2m ve vysokých horách a v oblasti oceánů obě plochy splývají. Jelikož však geoid a kvazigeoid mají velice složitý tvar, jsou tyto plochy nevhodné k matematickým zpracováním výsledků jednotlivých měření. K matematickým účelům se proto volí jednoduše a přesně definovatelná plocha rotačního elipsoidu o vhodných rozměrech (zemský elipsoid).

Elipsoid, jehož parametry nejlépe vystihují geoid, respektive kvazigeoid jako celek, a který má střed *So* totožný s hmotným středem Země *Sz* a malou osu totožnou s osou rotace Země se nazývá **obecný elipsoid**. Zemský elipsoid, který svými parametry aproximuje geoid nebo kvazigeoid jen v určité oblasti Země, nemá střed *Sr* totožný s hmotným středem Země a malou osu má jen rovnoběžnou s osou rotace Země se nazývá **referenční elipsoid,** viz obr. 1.3.2 a bližší viz kap. 3.



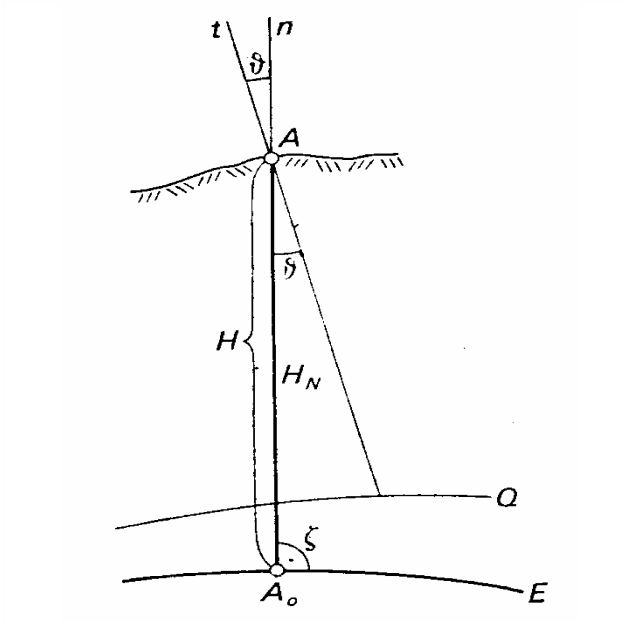
Obr. 1.3.2 Rozdíl mezi obecným zemským a referenčním elipsoidem

Referenční elipsoidy, které se používají pro geodetické, mapovací a kartografické práce v různých státech se proto liší nejen svými parametry, ale také svou polohou v 3D prostoru a orientací vůči geoidu, respektive kvazigeoidu.

Pro přesný převod výsledků geodetických, astronomických a gravimetrických měření z fyzického zemského povrchu na referenční elipsoid je nutné znát výšky bodů zemského povrchu nad tímto elipsoidem. Pro bod *A* je situace znázorněna na obr. 1.3.3.

A_0 je průmět bodu *A* po normále *n* na referenční elipsoid *E*; *t* je tížnice/svislice, procházející bodem *A*; ϑ je úhel mezi tížnicí/svislicí a normálou (tížnicová odchylka); H_N je normální výška bodu *A* nad kvazigeoidem *Q*; ζ je výška kvazigeoidu nad referenčním elipsoidem. Výška *H* bodu *A* nad elipsoidem je tedy zřejmě dána součtem

$$H = H_N + \zeta$$



Obr. 1.3.3 Určení výšky H bodu A zemského povrchu nad elipsoidem

Jak je tedy patrné, k přesnému zjištění elipsoidické výšky *H* bodu *A* potřebujeme znát nejen výšku H_N z nivelace nebo trigonometrických měření, ale také výšku ζ kvazigeoidu nad elipsoidem. Takové řešení je tedy možné jen v moderních astronomicko-geodetických sítích a při využití gravimetrických údajů.

Řešení hlavních úkolů vyšší geodézie se opírá o síť pevných bodů, účelně rozložených na fyzickém zemském povrchu. Měřické a výpočetní práce musí mít nejvyšší dosažitelnou přesnost. Je proto důležité pracovat s dokonalými přístroji, volit vhodné měřické metody, výsledky analyzovat a zpracovávat vhodnými matematickými metodami.

1.4 Vztahy mezi dvěma elipsoidy

Podle vazby souřadnicového systému elipsoidu na zemské těleso rozeznáváme 2 druhy rotačních elipsoidů.

Elipsoid referenční nemá střed totožný s těžištěm Země. Vedlejší poloosa nemusí být rovnoběžná s osou zemské rotace. Referenční elipsoid aproximuje těleso (geoid) jen v určité oblasti. V 18.-20. století byla odvozena řada elipsoidů, které se lišily kromě rozměrů i svou polohou a orientací vzhledem ke geoidu. Pro geodetické výpočty se užívaly elipsoidy, které odvodil např. Bessel, Hayford, Clark, Krasovskij aj.

Elipsoid obecný (absolutní) vystihuje Zemi jako celek. Musí splňovat následující čtyři podmínky.

1. Jeho geometrický střed je totožný s těžištěm Země.
2. Jeho vedlejší poloosa splývá s osou zemské rotace.
3. Součet čtverců převýšení geoidu od tohoto obecného elipsoidu je minimální.
4. Rotační rychlost je stejná jako rotační rychlost Země.

Tento elipsoid se nejlépe přimyká k povrchu celé Země. Příkladem je elipsoid systému WGS84 (World Geodetic Systém 1984).

Pro řešení řady aktuálních výpočtů v geodézii je nezbytné znát vztahy pro souřadnicové transformace mezi oběma typy elipsoidů. Tak se určí nejen vzájemná poloha těchto elipsoidů, ale získá se i možnost převedení souřadnic z jednoho elipsoidu na druhý a naopak. Tím, že se určí převodní vztahy mezi různými referenčními elipsoidy na straně jedné a obecným elipsoidem na straně druhé, získají se i převodní vztahy mezi referenčními elipsoidy.

1.4.1 Besselův elipsoid

Besselův elipsoid byl odvozen v roce 1841 tzv. obloukovou metodou. Bessel využil výsledků měření deseti různých poledníkových oblouků a parametry elipsoidu vypočítal vyrovnáním podle MNČ. Oblouková metoda je ryze geometrická, při jejím užití se neuvažuje vliv tížnicových odchylek. Nezohledněné větší tížnicové odchylky v koncových bodech měřených poledníkových oblouků negativně ovlivnily přesnost výsledků. Parametry Besselova elipsoidu jsou:

hlavní poloosa	a = 6 377 397,155 00 m
vedlejší poloosa	b = 6 356 078,963 25 m

Tento elipsoid je vhodný zejména v oblastech střední Evropy, byl použit pro geodetické a kartografické výpočty na našem území (např. vojenská triangulace 1862-1898, po r.1918 systém JTSK).

1.4.2 Elipsoid WGS84

WGS84 je globální geocentrický geodetický systém, který užívá armáda USA. Parametry elipsoidu WGS84 jsou:

primární:

hlavní poloosa	a = 6 378 137 m
zploštění	i = 1 : 298,257223563
geocentrická gravitační konstanta	GM = 398 600,4418 $km^3 . s^{-2}$
úhlová rychlost rotace Země	ω = 7,292115.10^{-5} $rad.s^{-1}$

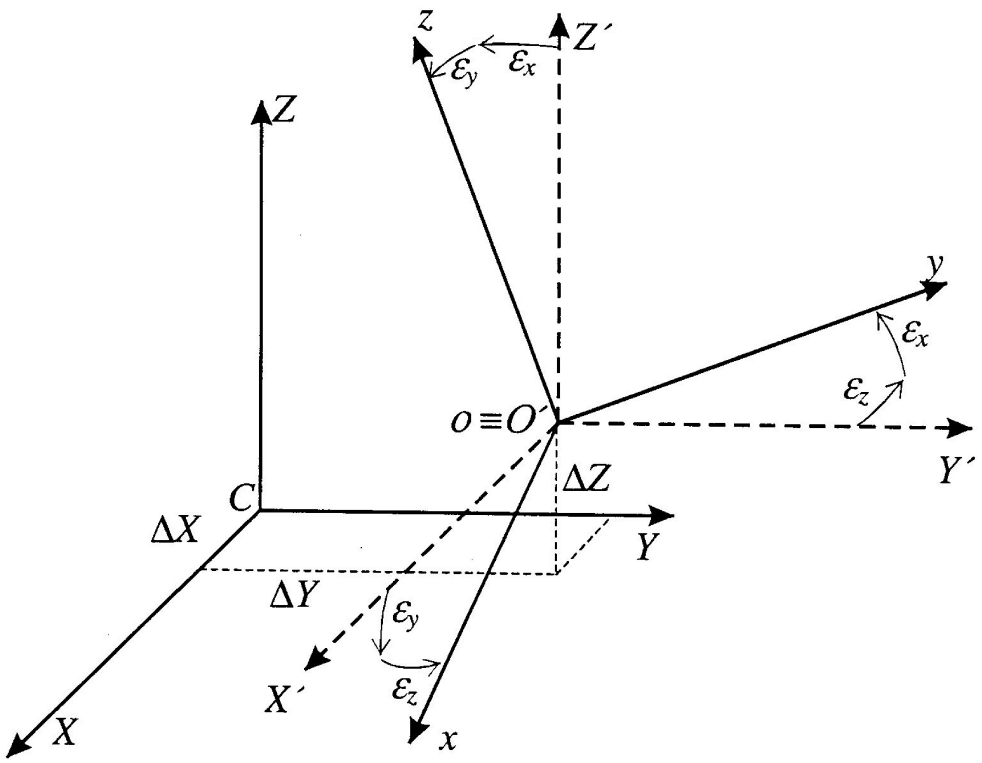
sekundární:

definují model struktury zemského tíhového pole pomocí geopotenciálních harmonických (Stokesových) koeficientů.

Počátek souřadnicové soustavy WGS84 je v těžišti Země, a to s chybou asi 1 dm. Osa *Z* směřuje ke konvenčnímu terestrickému pólu. Osa *X* je průsečnice základního poledníku a roviny rovníku, vztažené ke konvenčnímu terestrickému pólu. Osa *Y* doplňuje systém na pravoúhlý pravotočivý systém (směr kladné části osy *Y* je 90° východně vzhledem k ose *X*). V systému WGS84 pracuje i globální polohy systém GPS.

1.4.3 Odvození transformačních rovnic mezi dvěma souřadnicovými systémy

Podle výše uvedeného obrázku uvažujme souřadnicový systém S[*X,Y,Z*]. Tento systém posuneme tak, že počátek přejde z *C* do *0´*, čímž vznikne rovnoběžně posunutý systém S´[*X´,Y´,Z´*]. Posun je dán vektorem *C0´* = [$\Delta X,\Delta Y,\Delta Z$], označme jej ΔS. Poté dojde k natočení do systému s[*x,y,z*] vždy v kladném smyslu kolem osy *X´*o +ε_x, kolem osy *Y´*o +ε_y a kolem osy *Z´* o +ε_z. Počátek zůstává nezměněn *o* = *0´*. Žádný z těchto dvou systémů s a S neupřednostňujeme. Pro odvození transformačních rovnic budeme nyní převádět systém s do systému S´ a ten do S. Transformace probíhá ve třech krocích:



Obr. 1.4.1

1) Rotace (otočení)

Maticový zápis otočení je **S´**= **Rs**, kde matice rotace **R** takto definovaného modelu je

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(X',x) & \cos(X',y) & \cos(X',z) \\ \cos(Y',x) & \cos(Y',y) & \cos(Y',z) \\ \cos(Z',x) & \cos(Z',y) & \cos(Z',z) \end{pmatrix}$$

Kosiny úhlů, které spolu svírají jednotlivé souřadnicové osy, lze vyjádřit pomocí rotačních parametrů. Podle výše uvedeného obr. 1.4.1 je

$$\cos(X',y) = \cos(90^o+\varepsilon_z) = -\sin\varepsilon_z = -\varepsilon_z$$
$$\cos(X',z) = \cos(90^o-\varepsilon_z) = \sin\varepsilon_y = \varepsilon_y$$
$$\cos(Y',x) = \cos(90^o-\varepsilon_z) = \sin\varepsilon_z = \varepsilon_z$$
$$\cos(Y',z) = \cos(90^o+\varepsilon_x) = -\sin\varepsilon_x = -\varepsilon_x$$
$$\cos(Z',x) = \cos(90^o+\varepsilon_y) = -\sin\varepsilon_y = -\varepsilon_y$$
$$\cos(Z',y) = \cos(90^o-\varepsilon_x) = \sin\varepsilon_x = \varepsilon_x$$
$$\cos(X',x) = \cos(Y',y) = \cos(Z',z) = 1$$

a matice rotace bude ve tvaru

$$R = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y \\ \varepsilon_z & 1 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 \end{pmatrix}$$

2) Změna měřítka

Systém **s** má jiný rozměr než systém **S**, resp. **S´.** Měřítkový koeficient *k* vyjadřuje změnu délkového měřítka při přechodu mezi oběma systémy.Tedy

$$\mathbf{S}' = (1 + k)\ \mathbf{Rs.}$$

3) Translace (posunutí)

Souřadnicové systémy **S**[*X*,*Z*,*Y*] a **S´**[*X´*,*Y´*,*Z*] jsou pouze rovnoběžně posunuty. Lze tedy psát

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}' + \mathbf{\Delta S},$$

kde $\mathbf{\Delta S} = [\Delta X, \Delta Y, \Delta Z]$. Takže konečný tvar rovnice je

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} + (1+k) \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y \\ \varepsilon_z & 1 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Poznámka. Úvahy i údaje uvedené v této kap. 1 nejsou jistě úplné co do rozsahu i co do hloubky. Pokud se čtenář s nimi nespokojí najde další v [7]. Při sepisování této kapitoly bylo čerpáno z prací [7] a [4].

Další a hlubší rozpracovaní této tématiky je v kap. 3.3.

LITERATURA:

[1] Böhm J., Hora L., Kolenatý E.: Vyšší geodézie – díl I. Vydavatelství ČVUT, Praha 1981.
[2] Grušinskij N. P.: Teorija figury Zemli. Gosud. izdat. fiziko-matem. liter., Moskva 1963.
[3] Karský G.: Sborník výzkumných prací VÚGTK, sv.16, Praha 1986.
[4] Lahoda P.: Diplomová práce. ZČU, Plzeň 2006.
[5] Mueller I. I.: Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy. Frederick Ungar Publishing Co., New York 1969.
[6] Ryšavý J.: Vyšší geodesie. Nákladem České matice technické, Praha 1947.
[7] Vaníček P., Krakiwsky E.: GEODESY – the concepts. North-Holland, New York 1986.
[8] Vykutil J.: Vyšší geodézie. Vydavatelství Kartografie, Praha 1982.