

8 Družicové sítě

8.1 Geometrické úlohy družicové geodézie (DG)

V úvodu této kapitoly připomeneme, že souvisí s předchozími kapitolami, především s kap. 6 a zvláště s kap. 7 a upozorníme, že taktéž souvisí s textem následujícím, především pak s částí XI.

Geometrické úlohy družicové geodézie jsou relativního charakteru [3], neboť nejsou – či lépe nemusí být – vázány na těžiště Země. Jde totiž o určení relativní polohy určovaného bodu vůči bodu výchozímu. Souřadnice určovaného bodu přísluší do systému souřadnic bodu výchozího a může tedy jít o systém místní, geodetický-referenční, ale i geocentrický. Zásadní je, že nepracujeme s žádnými souřadnicemi družice ani s jinými charakteristikami spojenými s pohybem UDZ. UDZ je využívána jako „bezejmenný“ bod.

Úkoly geometrických úloh začínají určením relativní polohy dvou bodů, kap. 6 a 7, viz též [13], a končí vybudováním celosvětové družicové sítě, viz kap. 8.3, viz též [11] a [12]. Měřickými informacemi, potřebnými k vyřešení tohoto úkolu byly především směry a délky (ale i rozdíly délek) ad., přičemž z hlediska současné měřicí techniky patří měření směrů minulosti. Nicméně platnost geometrických úloh přechází i do současnosti. Jejich předností vůči dynamickým úlohám je jejich vyšší přesnost (relativní) a skutečnost, že není třeba pracovat s dráhovými elementy, podchycovat jejich poruchy atd. Body jsou vzájemně vázány a síť je třeba chápat jako celek. Základní geometrickou úlohou bylo či ještě je budování družicových sítí, viz [14]. Postup jejich budování je dělen do dvou etap:

1. etapa: Určování relativních poloh dvou bodů (družicových stanovisek), zde kap. 6 a 7, spec. kap. 7.4.1.

2. etapa: Vyrovnání družicové sítě jako celek, zde kap. 7, spec. kap. 7.4.2.

ad 1) K určování relativních poloh dvou bodů (1. etapa) slouží metoda protínání pomocí směrů, metoda protínání pomocí rovin a metoda hvězdné (družicové) triangulace [13] nazývaná též metodou třetiv. Všechny uvedené metody vyžadují synchronnost měření, která je však získávána matematickou cestou z uskutečněných kvazisynchronních měření, př. [5] a [9], pomocí Čebyševových polynomů, Lagrange-ova interpolačního vzorce i metody kolokace. Vyrovnání je možno uskutečnit podle zprostředkujících nebo podle podmínkových měření, obojí s neznámými parametry. Opravy lze připisovat směrům a délkám, ale i souřadnicím atp. Tyto a další úvahy např. o přesnosti, viz [1] a [2].

ad 2) Vyrovnání družicových sítí (2. etapa) je obdobné vyrovnání geodetických sítí na ploše a téměř shodné s vyrovnáním pozemních sítí prostorových, viz [15]. Odlišnosti a současně i přednosti družicových sítí – budovaných pouze a jen geometrickým způsobem, oproti pozemním, je možno spatřovat v tom, že:

- Každý směr je zcela samostatně určen a orientován, a je přímo v astronomickém systému. Tím se nehromadí chyby např. z refrakce, jak tomu je při triangulaci.
- Naměřené a tím i výsledné hodnoty nejsou závislé na tíhovém poli Země, tj. na elipsoidických výškách a na směrech svislic, viz př. kap. 6.4.
- Družicové sítě jsou trojrozměrné a vytvářejí systémy mezikontinentální a celosvětové, viz dále v této kap. 8.

Uvažme ještě další/jiný pohled na dělení základních geometrických úloh DG. Jsou to úlohy:

- 1) Určení směru a délky spojnice dvou družicových stanic.
- 2) Určení rozměru geometrické družicové sítě.
- 3) Určení transformačního klíče.

O určení směru bylo detailně pojednáno v kap. 6.2, 6.5.1, 7.4.1 a 7.7. Podobně i o určení délky v kap. 6.3, 6.6, 6.7, 7.5 a 7.7.2. Existují však další, zde neuvedené možnosti získání směru i délky, a tím i určení rozměru geometrické družicové sítě, viz [6, str. 106]. Tím jsou splněny body 1) a 2) výše uvedených úloh. Bod 3), tj. určení transformačního klíče mezi dvěma geodetickými soustavami, bylo popsáno v kap. 3.3.1 a rovněž viz kap. 8.4.4.2. Splněním bodů 1), 2) a 3) je splněn konečný cíl, tj. vybudování geometrické družicové sítě. Bližší najde čtenář v [4], [7], [8], [10] a [16].

LITERATURA:

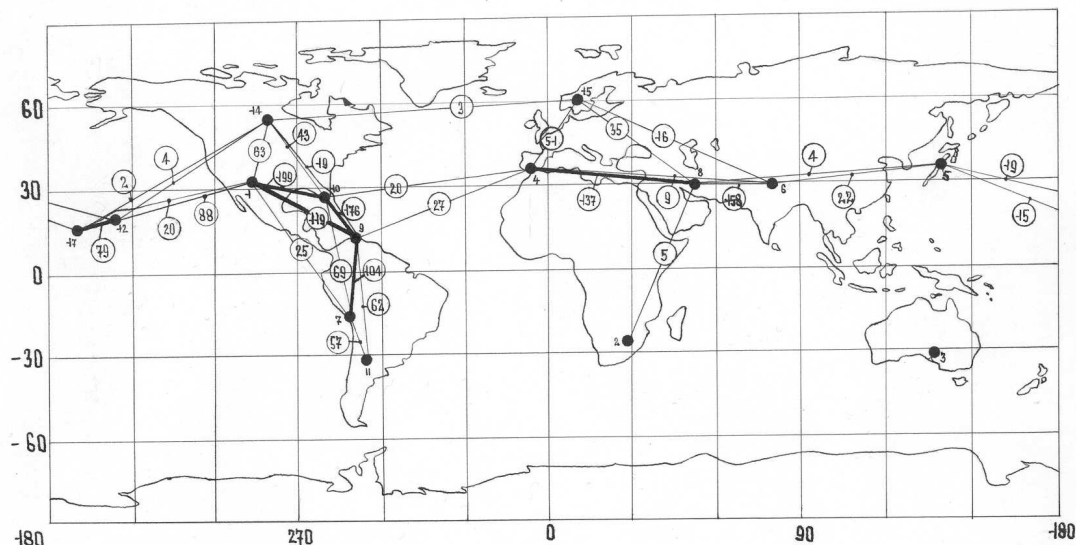
- [1] Baranov V. N. a kol.: Kosmičeskaja geodezija. Nedra, Moskva 1986.
- [2] Bojko E. G. a kol.: Postroenie, uravnivanie i ocenka točnosti kosmičeskich geodezičeskich setej. Nedra, Moskva 1972.
- [3] Burša M.: Přednášky „Úvod do kosmické geodézie“. Praha 1968/1969.
- [4] Burša M.: The Theory of the Determination of the Nonparallelismus of the Minor Axis... *Studia geophysica et geod.* No. 6, 1962.
- [5] Hovorka F., Konrád M., Utěkal J.: 3rd Inter. Sympos. Geodesy and Physics of the Earth. Weimar 1976.
- [6] Kabeláč J.: Geodetická astronomie II. Ediční středisko ČVUT, Praha 1989.
- [7] Karský G., Kostelecký J.: On the Application of the Method of Synchronous Planes. Referáty VÚGTK, ř. 8, Zdiaby 1974.
- [8] Krakiwsky E. J., Thomson D. B.: Mathematical Model for the Combination of Terrestrial and Satellite Networks. *The Canadian Surveyor*, Vol. 28, No. 5, 1974.
- [9] Lála P., Bui Van Thao: *Bull. Astro. Inst. Czecho.*, 37, p. 334, Praha 1986.
- [10] Mueller I. I.: Global Satellite Triangulation and Trilateration Results. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 79, No. 35, 1974.
- [11] Schmid H. H.: Worldwide Geometric Satellite Triangulation. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 79, No. 35, 1974.
- [12] Smithsonian Standard Earth (III). SAO Special Report, No. 353, Cambridge, Massachusetts 1973.
- [13] Väisälä Y.: An astronomical method of triangulation. *Sitz. der Finn. Akad. der Wiss.* 1946, Helsinki 1947.
- [14] Veis G.: Geodezičeskoje ispolzovanije iskusstvennyh Sputnikov Zemli. Nedra, Moskva 1967.
- [15] Wolf H.: Die Grundgleichungen der dreidimensionalen Geodäsie in elementaren Darstellung. *Zeit. für Vermes.* 88, s. 257-264, Stuttgart 1963.
- [16] Zajíček L.: Kandidátská disertační práce. Stavební fakulta ČVUT, Praha 1982.

8.2 Družicové sítě z počátku „družicové éry“

Krom popisu budování družicových sítí bude též pojednáno o vlivu různých váhových variant.

8.2.1 Družicová síť Smithsoniánské astrofyzikální observatoře (SAO)

V této části bylo použito materiálu [5], který se nejprve zabýval směrovým vyrovnáním spojnic mezi družicovými komorami (Baker – Nunn) síť SAO. Obr. 8.2.1 zachycuje tuto síť. Číslo v kroučcích spojnic představují počet simultánně zaměřených dvojic. Použito bylo 12 UDZ. Počet všech zaměřených simultánních dvojic byl 1680, mimo to vypuštěno pouze 20. Síť SAO obsahuje 15 stanic, číslovaných od 1 do 17 s vypuštěním 13 a 16. Z počtu spojnic 30 bylo směrově určeno 28.



Obr. 8.2.1

Přibližné hodnoty směrových kosinů byly zjištěny podle [3]. Redukce naměřených dat byla uskutečněna podle [4]. Vyrovnání bylo provedeno ve 2 etapách. První etapa (z přímých měření na UDZ), viz kap. 8.1, poskytla směrové kosiny spojnic družicových stanic a ty posloužily jako vstupní pro 2. etapu vyrovnání, používající podmínky komplanarity mezi směry spojnic pozemních stanic. Jelikož síť SAO tvoří nepřerušovaný sled trojúhelníků, bylo vyrovnání rozděleno do dvou bloků.

Blok Evropa – Asie obsahuje stanice 4, 6, 8 a 15, obr. 8.2.2 i 8.2.1.

Blok Atlantik – Amerika – Pacifik obsahuje stanice 1, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 14 a 17, obr. 8.2.1.

V následujícím postupu této práce, řešené na Observatoři astronomie a geofyziky ČVUT, viz [1], byla síť rozdělena do těchto dvou bloků a vyrovnání zde uvedená odpovídají 2. etapě kap. 8.1. Vyrovnáním 1. etapy se zabývat nebudeme. Proto vstupními hodnotami směrů pro vyrovnání 2. etapy budou směrové kosiny převzaté z 1. etapy [5], které budeme označovat $a, b, c = (1 - a^2 - b^2)^{1/2}$. Podmínka komplanarity je pak vyjádřena determinanem, viz kap. 6.2,

$$\begin{vmatrix} a_{ij} & b_{ij} & (1 - a_{ij}^2 - b_{ij}^2)^{1/2} \\ a_{jk} & b_{jk} & (1 - a_{jk}^2 - b_{jk}^2)^{1/2} \\ a_{ki} & b_{ki} & (1 - a_{ki}^2 - b_{ki}^2)^{1/2} \end{vmatrix} = 0 \equiv D_{ijk}, \quad (8.2.1)$$

kde i, j, k jsou čísla stanic ve vrcholech použito trojúhelníka. Střední chyby směrových kosinů m_a, m_b byly zjištěny z grafického vynesení chybových elips a příslušných směrů na glóbu a jsou uvedeny v tab. 8.2.1 pro 1. a 2. blok. Linearizaci rov. (8.2.1) provedeme opět rozvedením v Taylorův rozvoj s užitím členů pouze 1. řádu. Přetvořenou rovnicí závislosti je možno zapsat ve tvaru, viz kap. 4.3,

$$\sum_J \left(\frac{\partial D_{ijk}}{\partial J} \right)_o dJ + D_{ijko} = 0,$$

kde D_{ijko} je uzávěr rov. (8.2.1), $\left(\frac{\partial D_{ijk}}{\partial J} \right)_o$ derivace podle neznámých J a dJ jejich opravy.

Neznámé $J = a_{ij}, b_{ij}, a_{jk}, b_{jk}$ a a_{ki}, b_{ki} . Celkem 6 neznámých pro 1 podmínkovou rovnici komplanarity.

Tab. 8.2.1 Střední chyby směrových kosinů a, b v [rad] a v jednotkách 6. desetinného místa

Blok Evropa – Asie

Spojnice	4 – 6	4 – 8	4 – 15	6 – 8	6 – 15	8 – 15
m_a	1,2	1,8	2,1	0,8	1,6	1,2
m_b	1,1	0,7	2,2	1,8	1,9	1,4

Blok Atlantik – Amerika – Pacifik

Spojnice	1 – 7	1 – 9	1 – 10	1 – 12	1 – 14	1 – 17	4 – 9	4 – 10	5 – 12	5 – 17
m_a	0,8	0,5	0,3	1,2	1,9	4,7	1,7	1,5	12,2	4,0
m_b	3,9	1,9	1,0	1,6	1,4	2,6	2,3	1,2	0,8	1,0

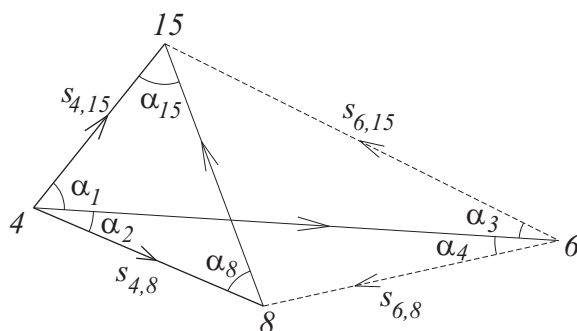
Spojnice	7 – 9	7 – 10	7 – 11	9 – 10	9 – 11	9 – 14	10 – 14	12 – 14	12 – 17
m_a	1,5	1,0	3,3	1,1	1,9	1,5	1,2	5,5	5,4
m_b	1,9	1,5	3,0	2,9	2,9	4,4	2,4	5,2	2,0

Na rozdíl od vyrovnání v [5] jsme provedli současné vyrovnání směrů i délek – jde o 2. etapu. Podmínkové rovnice základnové mají tvar sinových nebo rozšířených sinových vět a budou uvedeny vždy speciálně pro každý jednotlivý blok.

8.2.1.1 Vyrovnání bloku Evropa – Asie

Podle obr. 8.2.2 byly sestaveny čtyři podmínkové rovnice splňující komplanaritu směrů v následujících trojúhelnících:

i	j	k
4	6	8
4	6	15
4	8	15
6	8	15



Obr. 8.2.1

Základnová podmínková rovnice byla sestavena pro strany $s_{4,8}$ a $s_{4,15}$ v trojúhelníku 4, 8, 15, obr. 8.2.2, a má tvar

$$s_{4,8} \sin \alpha_8 - s_{4,15} \sin \alpha_{15} = 0 \equiv D_s. \quad (8.2.2)$$

Délky stran byly zjištěny z pravouhlých prostorových souřadnic, které uvádí [5]. Při linearizaci této rovnice je nutno uvážit, že úhly α jsou funkcí směrových kosinů stran, jimiž je tento úhel tvořen, např.

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{15} &= (1 - \cos^2 \alpha_{15})^{1/2} = \\ &= \left\{ 1 - \left[a_{4,15} a_{8,15} + b_{4,15} b_{8,15} + (1 - a_{4,15}^2 - b_{4,15}^2)^{1/2} \cdot (1 - a_{8,15}^2 - b_{8,15}^2)^{1/2} \right]^2 \right\}^{1/2} \end{aligned}$$

a podobně pro $\sin \alpha_8$. Linearizovaná rov. (8.2.2) má pak tvar

$$\sum_J \left(\frac{\partial D_s}{\partial J} \right)_o dJ + D_{s_o} = 0 \quad (8.2.3)$$

kde D_{s_o} je uzávěr rov. (8.2.2). Výrazy $J = a_{4,8}, a_{4,15}, a_{8,15}, b_{4,8}, b_{4,15}, b_{8,15}, s_{4,8}, s_{4,15}$ označují vyrovnávané veličiny, tedy 8 neznámých. Pro výpočet derivací bylo použito numerického derivování podle programu pana Ing. F. Charamzy, CSc. Opravy ve směrových veličinách musí být vždy přiřazeny podle smyslu šipek v obr. 8.2.2. Celkový počet podmínkových rovnic byl 5. Neznámými byly směrové kosiny a, b 6-ti spojnic a 2 délky, tedy 14 veličin. Délky stran s byly zaváděny v jednotkách 10^7 metrů a jejich střední chyby položeny rovny $s \cdot 10^{-5}$ nebo $5 \cdot s \cdot 10^{-6}$. Jsou-li tedy délky stran $s_{4,8} = 0,5289953 [10^7 \text{ m}]$ a $s_{4,15} = 0,2879794 [10^7 \text{ m}]$, musí být jejich střední chyby rovněž v jednotkách $[10^7 \text{ m}]$, jak udává tab. 8.2.2. V těchto velikostech byly zaváděny do dalších výpočtů.

Rovněž pro úhly byly voleny různé varianty. Celkem bylo vyrovnání uskutečněno 7x pro 7 různých vahových variant, z nichž jako optimální vyšla varianta, v níž byly do společného vyrovnání směřů i délek zavedeny jako vstupní hodnoty směrových kosinů výsledné hodnoty z 2. etapy pouze směrového vyrovnání SAO tohoto bloku. Tři opravy směrových kosinů vyšly $1 \cdot 10^{-7}$ a devět $0 \cdot 10^{-7}$. Opravy stran 1 a -2 m.

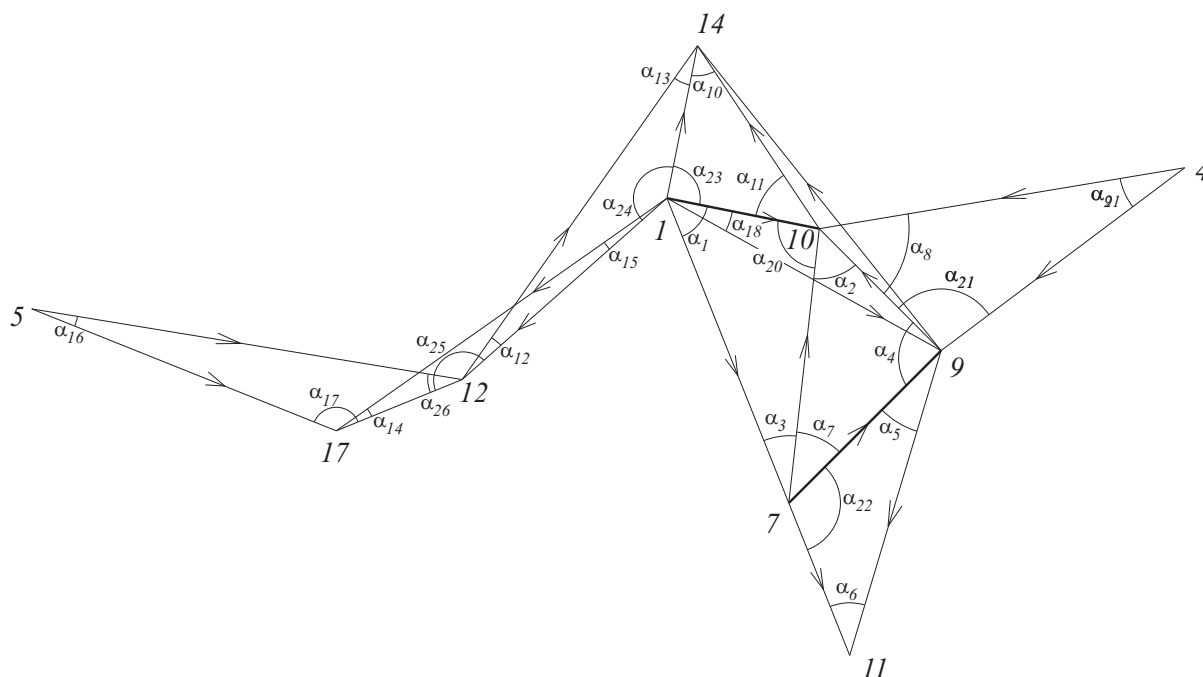
Tab. 8.2.2 Střední chyby délek stran v [m]

Spojnice	4 – 8	4 – 15
$m = s \cdot 10^{-5}$	$5,3 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
$m = 5 \cdot s \cdot 10^{-6}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$

8.2.1.2 Vyrovnání bloku Atlantik – Amerika – Pacifik

Stanoveno bylo 11 podmínkových rovnic splňujících podmínku komplanarity, viz rov. (8.2.1), a to pro trojúhelníky (trojúhelník 9, 10, 14 byl vynechán):

i	i
j	j
k	k
1	1
7	12
9	17
1	4
7	9
10	10
1	5
9	12
10	17
1	7
9	9
14	10
1	7
10	9
14	11
1	
12	
14	



Obr. 8.2.1

Základnová podmínka byla sestavena jedna a to mezi stranami $s_{1,10}$ a $s_{7,9}$ a má tvar, obr. 8.2.3,

$$s_{1,10} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 - s_{7,9} \sin \alpha_3 \sin \alpha_4 = 0 \equiv D_s$$

a její linearizace je obdobná linearizaci rov. (8.2.2). V rov. typu (8.2.3) vystupují pak tyto indexy vyrovnávaných veličin $J = a_{1,7}, a_{1,10}, a_{7,9}, a_{7,10}, a_{9,10}, b_{1,7}, b_{1,10}, b_{7,9}, b_{7,10}, b_{9,10}, s_{1,10}, s_{7,9}$, tedy 12 neznámých. Opět bylo použito numerického derivování. Celkový počet podmínkových rovnic byl 12 a počet neznámých 40, a to 2x19 pro směrové kosiny a 2 pro délky stran. Délky stran, jako vstupní hodnoty, byly zjištěny opět z pravoúhlých prostorových souřadnic uvedených v [5]. Délky byly zaváděny v jednotkách 10^7 metrů, $s_{1,10} = 0,2601970 [10^7 \text{ m}]$ a $s_{7,9} = 0,3139322 [10^7 \text{ m}]$. Jejich stř. chyby byly položeny pouze $m_s = s \cdot 10^{-5}$, tedy $m_{s_{1,10}} = 2,6 \cdot 10^{-6}$ a $m_{s_{7,9}} = 3,1 \cdot 10^{-6}$ opět v jednotkách $[10^7 \text{ m}]$.

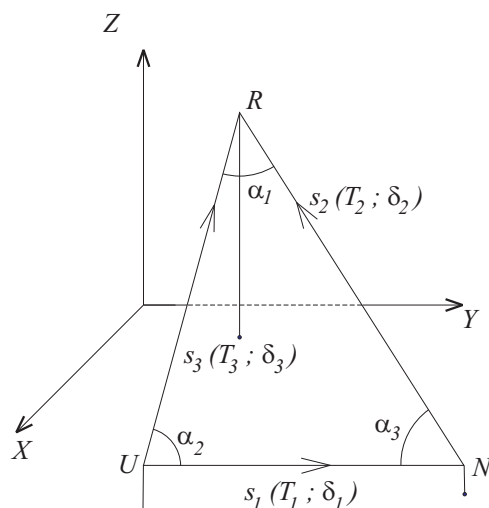
Síť tohoto bloku byla vyrovnána celkem 4x pro 4 různé vahové varianty. Z výsledků různých váhových variant vyrovnání z obou bloků je možno na závěr konstatovat:

- 1) Vliv změn střední kvadratické chyby v délkách, při malém počtu podmínkových rovnic základnových, je nepodstatný.
- 2) Všechny způsoby zaváděných vah ve variantách, celkem 6, dávají prakticky tytéž výsledky.
- 3) Opět varianta s vahami vesměs 1 je v mezích výsledků variant předchozích.
- 4) Separátní vyrovnání v bloku Evropa – Asie, se jeví jako nejvhodnější. O zavádění vah viz též odst. 5.1.1.

8.2.2 Vyrovnání trojúhelníku východoevropské sítě

O této síti se již psalo v kap. 7.3. Zde uvedeme jeden příklad využití této sítě.

Použijeme trojúhelník NRU, který byl konkrétně tvořen družicovými body stanic Nikolaev, Riga a Užhorod, viz obr. 7.3.2, Greenwichské hodinové úhly a deklinace směrů stran, vyznačených v obr. 8.2.4 uvádí tab. 8.2.3. Pravoúhlé prostorové souřadnice geodetické byly určeny z geodetických zeměpisných souřadnic B, L a z elipsoidické výšky H , uveřejněné v [1]. Z pravoúhlých souřadnic pak spočteny délky stran s_1, s_2, s_3 .



Obr. 8.2.1

Tab. 8.2.3 Vstupní hodnoty viz obr. 8.2.4

i	T_i^{gr}	m_{T_i}	δ_i	m_{δ_i}	Počet simult. dvojic	s_i
1	$106^{\circ}28'43,2'' \pm 30,1''$		$-9^{\circ}34'49,2'' \pm 33,0''$		9	746847,6 m
2	$239^{\circ}52'23,7'' \pm 5,6''$		$33^{\circ}39'45,9'' \pm 9,6''$		8	1232310,0 m
3	$194^{\circ}02'13,4'' \pm 1,9''$		$36^{\circ}50'59,1'' \pm 5,4''$		11	931909,6 m

Vyrovnaní uskutečníme podle podmínkových pozorování. Pro určení polohy trojúhelníka v prostoru je počet nutných veličin $v = 6$. V našem případě je počet daných veličin $n = 9$. Tedy počet podmínkových rovnic $r = n - v = 3$. První podmínkou bude opět podmínka komplanarity pro směry

$$D_{123} = 0, \quad (8.2.4)$$

viz rov. (8.2.1) ev. již rov. (6.2.1). Zbývající 2 volme např. ve tvaru

$$s_1 \cos \alpha_3 + s_3 \cos \alpha_1 - s_2 = 0 \equiv D_{s_2}, \quad (8.2.5)$$

$$s_1 \cos \alpha_2 + s_2 \cos \alpha_1 - s_3 = 0 \equiv D_{s_3}. \quad (8.2.6)$$

Linearizací rov. (8.2.1), (8.2.5) a (8.2.6) dostaneme v uvedeném pořadí

$$a_{T_1} dT_1 + a_{T_2} dT_2 + a_{T_3} dT_3 + a_{\delta_1} d\delta_1 + a_{\delta_2} d\delta_2 + a_{\delta_3} d\delta_3 + D_{123o} = 0,$$

$$b_{T_1} dT_1 + b_{T_2} dT_2 + b_{T_3} dT_3 + b_{\delta_1} d\delta_1 + b_{\delta_2} d\delta_2 + b_{\delta_3} d\delta_3 + \\ + b_{s_1} ds_1 + b_{s_2} ds_2 + b_{s_3} ds_3 + D_{s2o} = 0,$$

$$c_{T_1} dT_1 + c_{T_2} dT_2 + c_{T_3} dT_3 + c_{\delta_1} d\delta_1 + c_{\delta_2} d\delta_2 + c_{\delta_3} d\delta_3 + \\ + c_{s_1} ds_1 + c_{s_2} ds_2 + c_{s_3} ds_3 + D_{s3o} = 0.$$

Derivace typu *a* byly již uvedeny v kap. 6.1. Derivace typu *b* a *c* pro směry jsou složitější, neboť tyto směry vystupují v goniometrických funkcích úhlu α rov. (8.2.5) a (8.2.6) ve tvaru např.

$$\cos \alpha_3 = -\frac{\vec{s}_1}{|\vec{s}_1|} \cdot \frac{\vec{s}_2}{|\vec{s}_2|},$$

$$\cos \alpha_3 = -\sin \delta_1 \sin \delta_2 - \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos(T_2 - T_1).$$

Takže příkladně

$$b_{T_2} = \left(\frac{\partial D_{s2}}{\partial \alpha_1} \cdot \frac{\partial \alpha_1}{\partial T_2} + \frac{\partial D_{s2}}{\partial \alpha_3} \cdot \frac{\partial \alpha_3}{\partial T_2} \right) \text{ atd.}$$

Tvary derivací typu *b* a *c* jsou v kap. 6.3, v kterýchžto výrazech je nutné *u* a *v* zaměnit symboly *T* a δ . Znění váhových variant najde čtenář v [2]. Výsledky z různých váhových variant uvádí tab. 8.2.4.

Tab. 8.2.4 Výsledky váhových variant

	Varianta					
	1.	2.	3.	4.	5.	6.
$dT \cos \delta$	14"	15"	21"	25"	26"	16"
$d\delta$	47"	38"	50"	44"	29"	33"
ds	8 m	17 m	3 m	7 m	33 m	25 m
m_0	63	46	62	49	91	46

Z výsledné tab. 8.2.4 není možno vyslovit jednotný závěr, pokud ovšem uvedené výsledky jsou vůbec směrodatnými kritérii pro vyslovení jakýchkoliv závěrů. Snad jen toto:

- 1) Jsou-li měření malé nebo menší přesnosti, není možné výsledky vylepšit zavedením jakýchkoliv vah.
- 2) Překvapující je, že varianta 6., pro váhy rovné vesměs 1, zcela zapadá mezi předchozí, což je v soulase s vývodem kap. 8.2.1.

LITERATURA:

[1] Hovorka F.: Diplomní práce. Praha 1964.

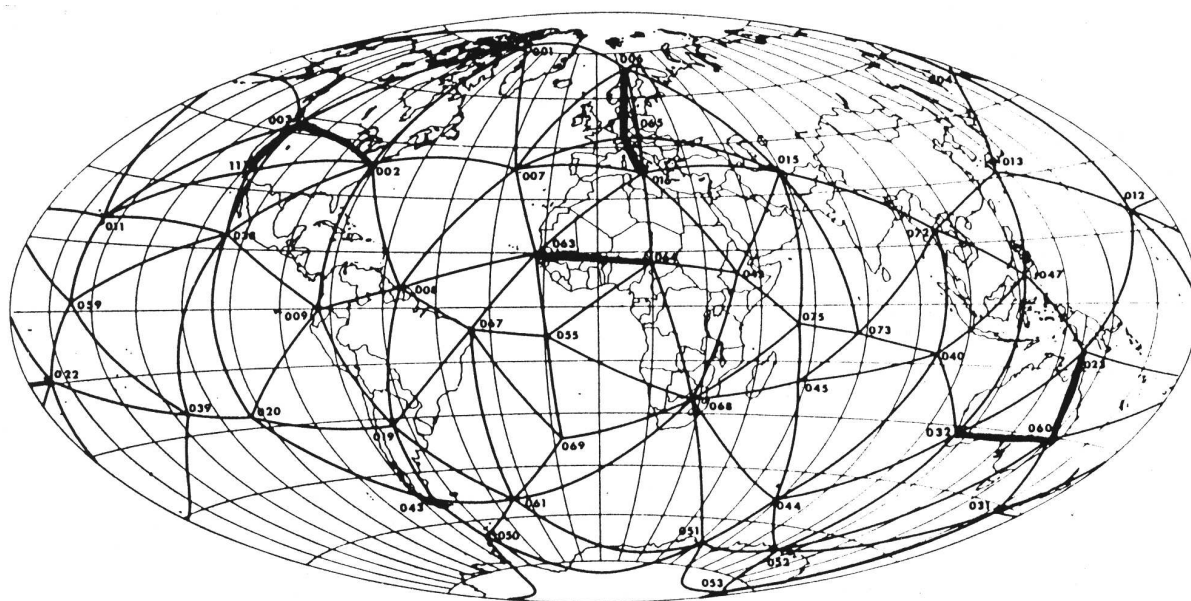
- [2] Kabeláč J.: Pozemní a družicové sítě v trojrozměrném prostoru. Fakultní úkol č. 420 A/70-71, knihovna katedry vyšší geodézie, Praha 1972.
- [3] Köhnlein W. J.: Determination of Station Coordinates from optical observations of artificial satellites. SAO Spec. Rep., No. 189, 1965.
- [4] Smithsonian Standard Earth. Vol. 1, SAO Special Report, No. 199, 1966.
- [5] Smithsonian Standard Earth. Vol. 2, SAO Special Report, No. 200, 1966.

8.3 Celosvětová geometrická družicová síť BC-4

Mezi nejúspěšnější projekty geometrické geodézie patří jistě vybudování celosvětové geometrické družicové sítě BC-4.

Byla vybudována již v letech 1966 až 1970, viz obr. 8.3.1 a [6]. Její realizaci uskutečnila Národní geodetická služba NGS (National Geodetic Survey) pomocí Wildových balistických komor BC-4 (odtud její název). Bylo získáno celkem 2157 kvazisimultánních fotografických dvojic s časovou přesností 0,1 ms s výhradním použitím pasivní balonové družice Pageos. Síť BC-4 obsahuje 48 bodů (družicových stanic), označených číslicemi 6001 až 6134 a 152 spojnic, vyznačených plnými čarami, jež vytvářejí nad Zemí mnohostěn, jehož stěny tvoří většinou trojúhelníky. Síť je celosvětová. Obsahuje družicové stanice na pěti kontinentech včetně Antarktidy. Délky 174 spojnic jsou 2000 až 5000 km včetně sedmi základen kosmické triangulace, které určily rozměr sítě, viz kap.8.1. Na obr. 8.3.1 jsou vyznačeny silnějšími úsečkami. Jejich koncové body (systém EUR) jsou 6006, 6015, 6016 a 6065, systém severoamerický (NAD) s body 6001, 6002, 6003, 6004, 6111, 6123 a 6134, systém jihoamerický (SAD) s body 6008, 6009, 6019 a 6067, systém africký (ARC) s body 6043 a 6064 a systém australský (AUS) s body 6023, 6032 a 6060. Síť tedy prochází pěti různými geodetickými referenčními systémy, viz tab. 8.4.1 sloupec 2. Jde vlastně o propojení kontinentálních sítí, neboť družicové body uvedené v určité skupině EUR, NAD, atd., patří do odpovídajícího samostatného referenčního systému. Žádný z uvedených systémů není geocentrický a není tedy napojen na těžiště Země. Vzájemně jsou propojeny trigonometricky, nejčastěji trojúhelníky. Pouze v oblasti východního bloku jde o polygonový obrazec, neboť na území tehdejšího Sovětského svazu neexistovaly v tomto projektu žádné družicové stanice. Podobně tomu bylo i v oblasti, která je vůči těžišti Země souměrná k této oblasti.

Ze známých geodetických souřadnic stanic, viz [7], byly určeny jejich pravoúhlé prostorové souřadnice $X_i^{SYS}, Y_i^{SYS}, Z_i^{SYS}$ bodů P_i v daném geodetickém referenčním systému $SYS = EUR, \dots, AUS$. Střední kvadratická chyba v poloze stanice po vyrovnání sítě BC-4 činila $\pm 4,5$ m a zjištěná velikost určovaného poloměru rovníku Země je 6 378 130 m.



Obr. 8.3.1 Celosvětová geometrická družicová síť BC-4

Předností této sítě je:

- homogenita přístrojů – na všech stanicích bylo použito jen balistických komor BC-4,
- stejné metody měření,
- stejné způsoby matematického zpracování pro přípravu společného vyrovnání,
- společné vyrovnání,
- bohaté možnosti dalších aplikací, př. viz kap. 8.4.

Geometrická síť BC-4 byla později doplněna dopplerovskými měřeními a výsledky byly ve velmi dobré shodě, viz [6] a [7]. Bližší o síti BC-4 včetně význačné aplikace uvádí následující kap. 8.4, též viz [4].

Obecné další informace o vyrovnání geometrických družicových sítí uvádějí práce [1] až [7].

LITERATURA:

- [1] Baranov V. N. a kol.: Kosmičeskaja geodezija. Izdatelstvo Nedra, Moskva 1986.
- [2] Bojko E. G., Klenickij B. M., Landis I. M., Ustinov G. A.: Postroenie, uravnavanie i ocenka točnosti kosmičeskich geodezičeskich setej. Nedra, Moskva 1972.
- [3] Ehrnsperger W.: Modelle zur Ausgleichung von Satellittriangulationen unter besonderer Berücksichtigung des Zeitfehlers. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, H. 218, München 1976.
- [4] Kabeláč J. a kol.: Propojení pěti geodetických referenčních systémů pomocí družicové světové sítě BC-4. Geod. a kart. obzor, roč. 23/65, č. 6, str. 127 – 132, Praha 1977.
- [5] Mueller I. I.: Global Satellite Triangulation and Trilateration Results. Journal of Geophysical Research, Vol. 79, No. 35, 1974.
- [6] Schmid H. H.: Worldwide Geometric Satellite Triangulation. Journal of Geophysical Research, Vol. 79, No. 35, 1974.
- [7] Smithsonian Standard Earth (III). SAO Special Report, No. 353, Cambridge, Massachusetts 1973.

8.4 Propojení pěti geodetických referenčních soustav pomocí celosvětové geometrické družicové sítě BC-4

Před studiem této kap. 8.4 doporučujeme naléhavě panu čtenáři/paní čtenářce aspoň povrchní pročtení kap. 8.3. Kap. 8.4 na ni zřetelně navazuje.

8.4.1 Směrové veličiny

Směrové vyrovnání družicové sítě bylo popsáno v kap. 8.1. Přesto postup vyrovnání stručně zopakujeme. Vyrovnání je děleno do dvou etap. V obou etapách je použito podmínky komplanarity, viz kap. 6.2.

Směrové kosiny všech 152 spojnic, získané ze společného vyrovnání sítě BC-4, tj. po 2. etapě, jsou uvedeny v [3] a odtud byly převzaty do tohoto textu. Jsou označovány a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} pro spojnicí $P_i P_j$ družicových stanic (vrcholů mnohostěnu) P_i a P_j . Uvedené směrové kosiny platí v pravoúhlé soustavě $S(X, Y, Z)$, jejíž osa X je průsečnicí nultého poledníku a astronomického rovníku (zeměpisné astronomické souřadnice jsou $\varphi = \lambda = 0^\circ$), pro osu Y platí ($\varphi = 0^\circ$, $\lambda = 90^\circ$ – kladně na východ) a osa Z ($\varphi = 90^\circ$) prochází středním severním pólem. Počátek souřadnicové soustavy S není třeba definovat, neboť jde jen o směrové veličiny. Jsou v dalším považovány za bezvadné, opravy jim tedy nejsou připisovány a ony nedoznajjí vyrovnáním žádných změn. Podmínek komplanarity nebylo tudíž třeba užít.

8.4.2 Délkové veličiny

V práci [3] jsou dány zeměpisná geodetická šířka, délka a elipsoidická výška všech bodů P_i sítě BC-4, a to vždy vzhledem k vlastnímu referenčnímu elipsoidu daného geodetického systému. Z nich jsou spočteny jejich pravoúhlé geodetické (referenční) souřadnice $(X, Y, Z)_i^{SYS}$ vždy v odpovídajícím systému $S^{SYS} \equiv 0^{SYS}(X, Y, Z)^{SYS}$ podle vztahů (3.3.8). Počátek 0^{SYS} je ve středu referenčního elipsoidu daného geodetického systému SYS , osa X^{SYS} je průsečnicí nultého geodetického poledníku a geodetického rovníku (zeměpisné geodetické souřadnice jsou $B = L = 0^\circ$), pro osu Y^{SYS} platí ($B = 0^\circ$, $L = 90^\circ$ – kladně na východ), a osa Z^{SYS} ($B = 90^\circ$) je totožná s malou osou odpovídajícího referenčního elipsoidu; a to pro $SYS = EUR, NAD, SAD, ARC$ a AUS . Z pravoúhlých souřadnic bodů P_i, P_j , jež leží ve společném geodetickém (referenčním) systému, zjistíme jejich vzdálenost z výrazu

$$s_{ij} = \left[(X_j^{SYS} - X_i^{SYS})^2 + (Y_j^{SYS} - Y_i^{SYS})^2 + (Z_j^{SYS} - Z_i^{SYS})^2 \right]^{1/2}. \quad (8.4.1)$$

Použité délky jsou v obr. 8.3.1 zakresleny silně plně. V systému EUR jich je 6, 12 v NAD, 5 v SAD, 1 v ARC a 3 v AUS. Celkem tedy 27. Tab. 8.4.1 udává jejich koncové body P_i, P_j a vstupní hodnoty délek s_{ij} , spočtené podle rov. (8.4.1). Jsou invariantní a použijeme jich jako základ pro získání délkového měřítka sítě BC-4 společným vyrovnáním MNČ. Již zde je nutno upozornit, že každému systému je nutno přisoudit jiné délkové měřítko $(1 + K_{SYS})$, kde K_{SYS} je neznámý délkový koeficient.

Tab. 8.4.1 Vstupní a výsledné hodnoty délek (základen)

SYStém	Body $P_i - P_j$	s_{ij}	v_{ij}	$S_{ij}(1 + K_{SYS})$
EUR	6006 – 6015	4 356 941,1 m	0,0	4 356 941,1 m
	6006 – 6016	3 545 873,6 m	-4,8	3 545 868,8 m
	6006 – 6065	2 457 768,4 m	7,5	2 457 775,9 m
	6015 – 6016	3 879 297,5 m	5,6	3 879 303,1 m
	6015 – 6065	4 077 396,1 m	2,7	4 077 398,7 m
	6016 – 6065	1 194 793,8 m	-14,5 m	1 194 779,3 m
NAD	6001 – 6002	4 117 954,3 m	-61,7 m	4 117 920,9 m
	6001 – 6003	3 900 754,6 m	-34,1 m	3 900 747,3 m
	6001 – 6004	4 879 596,2 m	40,4 m	4 879 670,2 m
	6001 – 6123	2 501 232,4 m	19,6 m	2 501 269,2 m
	6002 – 6003	3 485 364,3 m	-12,7 m	3 485 375,6 m
	6002 – 6111	3 606 918,9 m	-9,1 m	3 606 934,6 m
	6002 – 6134	3 607 003,0 m	-8,8 m	3 607 019,0 m
	6003 – 6004	4 540 831,9 m	28,8 m	4 540 891,9 m
	6003 – 6111	1 425 868,8 m	8,9 m	1 425 887,5 m
	6003 – 6123	3 280 413,0 m	-23,0 m	3 280 412,5 m
	6003 – 6134	1 426 166,4 m	13,7 m	1 426 189,8 m
	6004 – 6123	2 505 876,0 m	35,0 m	2 505 928,2 m
SAD	6008 – 6009	2 633 785,2 m	-21,2 m	2 633 744,9 m
	6008 – 6019	4 189 295,2 m	-2,2 m	4 189 262,7 m
	6008 – 6067	2 540 700,2 m	4,8 m	2 540 686,7 m
	6009 – 6019	3 737 932,2 m	-2,1 m	3 737 903,0 m
	6019 – 6067	4 162 800,3 m	15,8 m	4 162 786,0 m
ARC	6042 – 6064	2 630 161,8 m	0,0 m	2 630 164,2 m
AUS	6023 – 6032	3 533 143,5 m	-1,8 m	3 533 139,2 m
	6023 – 6060	2 300 205,6 m	1,0 m	2 300 204,9 m
	6032 – 6060	3 163 622,3 m	-0,2 m	3 163 619,9 m

8.4.3 Vyrovnání světové sítě BC-4 jako celku

V dalším nebudou měněny směry převzaté z [3] a tudíž nebudou použity podmínky komplanarity. Důvodem k tomu je apriorní domněnka, že již vyrovnané směry jsou určeny dostatečně přesně. Jako neznámé vstoupily proto do vyrovnání jen veličiny délkové.

8.4.3.1 Úplné základnové podmínkové rovnice

Úplné základnové podmínkové rovnice byly sestaveny jen v těch trojúhelnících, ve kterých leží všechny 3 vrcholy ve společném geodetickém systému. Délky jejich spojnic byly vypočteny z rov. (8.4.1). Označíme tyto body P_i, P_j, P_k a délky a směrové kosiny indexy $ij; jk; ki$. Úplná základnová podmínková rovnice má tvar

$$\vec{S}_{ij} + \vec{S}_{jk} + \vec{S}_{ki} = 0, \quad (8.4.2)$$

kde S (index je vynechán) jsou správné délky stran. Přisudme jim opravy v , takže platí

$$S = s + v. \quad (8.4.3)$$

Rov. (8.4.2) rozložíme do souřadnicových složek a po úpravě dostaneme

$$\begin{vmatrix} a_{ij} & a_{jk} & a_{ki} \\ b_{ij} & b_{jk} & b_{ki} \\ c_{ij} & c_{jk} & c_{ki} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} v_{ij} \\ v_{jk} \\ v_{ki} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} U_{ijk}^x \\ U_{ijk}^y \\ U_{ijk}^z \end{vmatrix} = 0, \quad (8.4.4)$$

ve kterých uzávěry mají tvar

$$\begin{vmatrix} U_{ijk}^x \\ U_{ijk}^y \\ U_{ijk}^z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{ij} & a_{jk} & a_{ki} \\ b_{ij} & b_{jk} & b_{ki} \\ c_{ij} & c_{jk} & c_{ki} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} s_{ij} \\ s_{jk} \\ s_{ki} \end{vmatrix}.$$

Mezi rov. (8.4.4) platí lineární závislost. Byly proto při konkrétním sestavování použity jen ty dvě, resp. jen ta jedna, v kterých, resp. v které, dosahovaly směrové kosiny maximálních hodnot. Celkem 22 úplných základnových podmínkových rovnic. V absolutních hodnotách průměrný uzávěr činil 11,1 m, minimální 0,0 m a maximální 40,7 m v trojúhelníku 6001, 6123, 6003.

8.4.3.2 Rozšířené základnové podmínkové rovnice

Rozšířené základnové podmínkové rovnice slouží k propojení jednotlivých geodetických (referenčních) systémů – vlastně kontinentálních sítí – obr. 8.3.1. Děje se tak pomocí řetězců, na obr. 8.3.1 vyznačeny slabě plně, pro něž byly sestaveny rozšířené sinové věty. Označme S_l správnou délku strany v systému $SYS \equiv l$ a S_p v systému $SYS \equiv p$. Rozšířená základnová podmínková rovnice má tvar

$$S_l \Pi_l \sin \alpha_l - S_p \Pi_p \sin \alpha_p = 0, \quad (8.4.5)$$

kde symbol Π_l značí součin výrazů $\sin \alpha_l$ pro všechna l , přičemž index l přísluší všem šikmým (pozičním) úhlům α_l trojúhelníkového řetězce při přechodu ze strany S_l v systému $SYS \equiv l$ na stranu S_p v systému $SYS \equiv p$. Index p přísluší šikmým úhlům α_p v opačném přechodu. Uhly α_l , α_p byly vypočteny ze směrových kosinů a podle předchozího jim nebyly prisuzovány žádné opravy. Naopak byly prisouzeny opravy v_b , v_p stranám s_b , s_p . Dále je předpokládáno, že délková měřítka $1 + K_{SYS}$, kap. 8.4.2, v geodetických systémech $SYS \equiv l$ a $SYS \equiv p$, jsou různá. Označme je $1 + K_l$ a $1 + K_p$. Po dosazení a úpravě nabývá rov. (8.4.5) tvaru

$$\begin{aligned} & (\Pi_l \sin \alpha_l) v_l + (-\Pi_p \sin \alpha_p) v_p + \\ & + (s_l \Pi_l \sin \alpha_l) K_l + (-s_p \Pi_p \sin \alpha_p) K_p + U_{lp} = 0. \end{aligned} \quad (8.4.6)$$

Z daného materiálu není však možno zjistit absolutní hodnoty obou délkových měřít. Je proto zaveden jejich rozdíl

$$\Delta K_{lp} = K_l - K_p \quad (8.4.7)$$

a dosazen do rov. (8.4.6). Po její úpravě, s použitím rov. (8.4.7) nabývá tvaru

$$(\Pi_l \sin \alpha_l) v_l + (-\Pi_p \sin \alpha_p) v_p + (\beta_l \Pi_l \sin \alpha_l) \Delta K_{lp} + U_{lp} = 0, \quad (8.4.8)$$

v které uzávěr má tvar

$$U_{lp} = s_l \Pi_l \sin \alpha_l - s_p \Pi_p \sin \alpha_p.$$

Světová družicová síť BC-4 obsahuje 5 geodetických (referenčních) systémů. Byly proto sestaveny 4 rovnice typu (8.4.8), a to mezi systémy SAD-NAD, NAD-EUR, EUR-AUS, EUR-ARC. Uzávěry U_{lp} v uvedeném pořadí činily 17,1 m, -3,2 m, -3,4 m a -0,9 m. Počet základnových podmínkových rovnic obou druhů je tedy 26 pro 27 daných základů, tab. 8.4.1. Vyrovnání bylo uskutečněno metodou nejmenších čtverců podle podmínkových pozorování s neznámými parametry, kap. 4. MNC podléhaly opravy v_{ij} stran a uvádí je tab. 8.4.1. Neznámými parametry jsou rozdíly délkových měřitek $\Delta K_{SAD,NAD}$, $\Delta K_{NAD,EUR}$, $\Delta K_{EUR,AUS}$, $\Delta K_{EUR,ARC}$. Dále bylo zvoleno $K_{EUR} = 0$ a ostatní délkové koeficienty spočteny pomocí rov. (8.4.7). Výrazy $1 + K_{SYS}$ uvádí tab. 8.4.2.

Tab. 8.4.2 Délková měřítka geodetických (referenčních) systémů

SYStém	$1 + K_{SYS}$
EUR	$1 + 0,0$
NAD	$1 + 6,9 \cdot 10^{-6}$
SAD	$1 - 7,2 \cdot 10^{-6}$
ARC	$1 + 0,9 \cdot 10^{-6}$
AUS	$1 - 0,7 \cdot 10^{-6}$

8.4.3.3 Výsledky vyrovnání družicové světové sítě BC-4.

Střední jednotková chyba je $\pm 20,2$ m. Závislost mezi neznámými opravami, daná korelační váhovou maticí prokázala malou korelaci ($r < 0,4$, [1]). Z náhledu do tab. 8.4.1 zjišťujeme značně velké opravy v_{ij} stran v systému NAD jdoucích z bodů 6001, 6004, 6123. Podle grafického ověření by došlo k podstatnému zmenšení oprav, pakliže by byla zeměpisná šířka bodu 6001 a zeměpisná délka bodu 6004 o 2" zmenšena. Jako nejlepší vychází australský systém AUS. Z tab. 8.4.2 vyplývá shoda mezi délkovými měřítka systémů EUR, AUS a ARC. Naopak je značný rozdíl v měřítkách systémů NAD a SAD. Výsledné hodnoty délek stran S_{ij} , získané z rov. (8.4.3), je nutno vynásobit příslušným výrazem $(1 + K_{SYS})$ ještě dříve, než se jich použije k dalším výpočtům. Uvádí je opět tab. 8.4.1. Je-li koeficient K_{SYS} kladný znamená to, že k proměření sítě v systému SYS bylo použito „delšího metru“ než pro síť v systému EUR a naopak.

8.4.4 Určení vzájemných posunutí středů referenčních elipsoidů, jejich stočení vzhledem k astronomickému systému a délkových měřitek

Pro vyřešení nadepsané úlohy je třeba znát pravoúhlé souřadnice jak v systému $S \equiv 0 (X, Y, Z)$ družicové sítě BC-4, tak v systémech geodetických $S^{SYS} \equiv 0^{SYS} (X, Y, Z)^{SYS}$, kap. 8.4.1 a 8.4.2. Jejich porovnáním je úloha řešena.

8.4.4.1 Určení pravoúhlých souřadnic

Pravoúhlé geodetické (referenční) souřadnice $(X, Y, Z)_i^{SYS}$ bodu P_i jsou určeny z geodetické zeměpisné šířky, délky a elipsoidické výšky, rov. (3.3.8), s užitím parametrů příslušného referenčního elipsoidu. Bližší o S^{SYS} je v kap. 8.4.2.

Pravouhlé souřadnice $(X, Y, Z)_i$ bodu P_i ve společném systému družicové sítě BC-4. Z předchozího vyrovnání známe hodnoty délek S_{ij} některých stran – základen, tab. 8.4.1, směrových kosinů a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} všech spojnic a délkových koeficientů K_{SYS} . Zvolme libovolné stanovisko P_0 *) sítě, které považujeme nyní za počátek O' systému $S' \equiv O'(X, Y, Z)'$, přičemž platí $X' \parallel X$, $Y' \parallel Y$, $Z' \parallel Z$. Souřadnice $(X, Y, Z)'_n$ obecného bodu P_n v systému S' jsou

$$\begin{aligned} X'_n &= \sum_{i=0}^n S_{i,i+1} (1 + K_{SYS}) a_{i,i+1}, \\ Y'_n &= \sum_{i=0}^n S_{i,i+1} (1 + K_{SYS}) b_{i,i+1}, \\ Z'_n &= \sum_{i=0}^n S_{i,i+1} (1 + K_{SYS}) c_{i,i+1}, \end{aligned}$$

kde sumace se vztahuje na všechny strany jež propojují počátek $O' \equiv P_0$ s bodem P_n . Vynásobením výrazem $1 + K_{SYS}$ převádíme všechny použité délky do systému EUR. Délky, které nejsou výsledkem vyrovnání, je nutno propočítat pomocí již vypočtených délek a šikmých (pozičních) úhlů, jež opět zjistíme ze směrových kosinů. Souřadnice $(X, Y, Z)'_n$ zjišťujeme jen u bodů, které leží v těch geodetických (referenčních) systémech, jejichž posun, stočení a měřítko chceme zjišťovat. Dále byl systém S' transformován translací do systému $S \equiv O(X, Y, Z)$, jehož počátek O leží v blízkosti těžiště Země. O osách X, Y, Z platí definice v kap. 8.4.1. Prvky translace je možno určit několika způsoby.

8.4.4.2 Sestavení zprostředkujících rovnic oprav

Následující úvaha je obdobná úvaze uvedené v kap. 3.3.

Označme střed referenčního elipsoidu symbolem O^{SYS} . Jeho poloha v systému S je dána souřadnicemi $\Delta S^{SYS} \equiv (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^{SYS}$. Pak $S - \Delta S^{SYS}$ značí systém s počátkem ve středu O^{SYS} referenčního elipsoidu geodetického systému SYS a s osami X, Y, Z , definovanými v systému astronomických souřadnic, kap. 8.4.1. Systémy $S - \Delta S^{SYS} \equiv O^{SYS}(X, Y, Z)$ a $S^{SYS} \equiv O^{SYS}(X, Y, Z)^{SYS}$ mají společné počátky, jsou však vůči sobě vzájemně natočeny o úhly $(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)^{SYS}$, jež značí absolutní stočení referenčního elipsoidu vůči systému astronomickému. V symbolickém vyjádření platí

$$S = \Delta S^{SYS} + \mathbf{R} \cdot S^{SYS}, \quad (8.4.9)$$

kde rotační matici

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} 1 & -\varepsilon_Z^{SYS} & \varepsilon_Y^{SYS} \\ \varepsilon_Z^{SYS} & 1 & -\varepsilon_X^{SYS} \\ -\varepsilon_Y^{SYS} & \varepsilon_X^{SYS} & 1 \end{vmatrix}$$

je možno napsat ve zjednodušeném tvaru, neboť úhly stočení jsou velmi malé. Podle [3] připojme k pravé straně rov. (8.4.9) výraz $K_{SYS}(S^{SYS} - S^{SYS_0})$, kterýžto bere ohled na nestejně

*) Zvoleno stanovisko 6016, Catania

velká délková měřítka geodetických systémů. Symbol $S^{SYS_0} \equiv O^{SYS}(X, Y, Z)^{SYS_0}$ značí souřadnice referenčního bodu systému SYS . Rov. (8.4.9) přejde v symbolický tvar

$$S = \Delta S^{SYS} + \mathbf{R} \cdot S^{SYS} + K_{SYS} (S^{SYS} - S^{SYS_0}) \quad (8.4.10)$$

a platí pro jeden každý bod P_i (v předchozím byl index i vynechán) systému SYS . Rov. (8.4.10) rozepíšeme do souřadnicových složek a souřadnicím $(X, Y, Z)_i$ přisoudíme opravy $(v_x, v_y, v_z)_i$. Po úpravě dostáváme tři rovnice oprav.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_i^{SYS} & -Y_i^{SYS} & X_i^{SYS} - X^{SYS_0} \\ 0 & 1 & 0 & -Z_i^{SYS} & 0 & X_i^{SYS} & Y_i^{SYS} - Y^{SYS_0} \\ 0 & 0 & 1 & Y_i^{SYS} & -X_i^{SYS} & 0 & Z_i^{SYS} - Z^{SYS_0} \end{vmatrix}. \quad (8.4.11)$$

$$\cdot \left[\Delta X^{SYS}, \Delta Y^{SYS}, \Delta Z^{SYS}, \varepsilon_X^{SYS}, \varepsilon_Y^{SYS}, \varepsilon_Z^{SYS}, K_{SYS} \right]^T + \begin{vmatrix} X_i^{SYS} - X_i \\ Y_i^{SYS} - Y_i \\ Z_i^{SYS} - Z_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_{Xi} \\ v_{Yi} \\ v_{Zi} \end{vmatrix}$$

pro bod P_i , $i = 1, 2, \dots, n$, kde n značí počet všech bodů použitých k získání neznámých pro daný geodetický (referenční) systém. Počet neznámých je celkem 7. Jsou to 3 prvky translace $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^{SYS}$, 3 prvky rotace $(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)^{SYS}$ a délkový koeficient K_{SYS} . Pro jejich určení je zapotřebí sedmi rovnic oprav, tedy více než 2 bodů. Nebyl proto vzat do dalšího výpočtu africký systém ARC, neboť obsahuje pouze 2 body. V systému EUR je $n = 4$ (použity 4 body sítě BC-4), v systému NAD je $n = 7$, v systému SAD je $n = 4$ a v systému AUS je $n = 3$.

Hodnoty stočení $(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)^{SYS}$ a délkového koeficientu K_{SYS} získané z vyrovnání, považujeme za konečné. Hodnoty translace $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^{SYS}$ převedeme však na střed referenčního elipsoidu evropského geodetického systému AUR, neboť poloha počátku O systému S je víceméně náhodná. Použijeme vztahů

$$\Delta \Delta S^{SYS} = \Delta S^{SYS} - \Delta S^{EUR}, \quad (8.4.12)$$

kde

$$\Delta \Delta S^{SYS} \equiv (\Delta \Delta X, \Delta \Delta Y, \Delta \Delta Z)^{SYS}.$$

8.4.4.3 Výsledné hodnoty posunutí, stočení a délkových měřítek referenčních elipsoidů

Hledané hodnoty byly získány vyrovnáním MNC podle zprostředkujících pozorování. Bylo použito rovnic oprav (8.4.11). Pro výpočet posunutí vzhledem k systému EUR byla dále použita rov. (8.4.12). Tab. 8.4.3 uvádí hodnoty posunutí $(\Delta \Delta X, \Delta \Delta Y, \Delta \Delta Z)^{SYS}$ středů referenčních elipsoidů systému NAD, SAD a AUS vůči středu referenčního elipsoidu systému EUR, dále hodnoty úhlů stočení $(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)^{SYS}$ systémů EUR, NAD, SAD, AUS vzhledem k astronomickému rovníkovému systému a konečně délkové koeficienty K_{SYS} všech čtyř geodetických systémů včetně jejich středních kvadratických chyb. Vyrovnání každého geodetického systému bylo provedeno samostatně. Jejich střední jednotkovou chybu m_0 uvádí předposlední sloupec tab. 8.4.3. Poslední pak počet bodu P_i , $i = 1, 2, \dots, n$, použitých pro

získání hledaných hodnot. Hodnoty K_{SYS} by měly být shodné s hodnotami v tab. 8.4.2. Rozdílnost je patrně způsobena různě zaváděnými vahami. Co do velikosti středních chyb jednotkových i výsledků je nejlépe určen australský systém AUS a nejhůře jihoamerický SAD. Pro objektivnější ohodnocení výsledných hodnot uvedených v tab. 8.4.3 byly porovnány s těmiž hodnotami odvozenými v [3]. Až na 2 případy jsou rozdíly malé a většinou v mezích středních kvadratických chyb. Průměr absolutních hodnot rozdílů v posunech je 9 m a ve stočení 0,6".

Bližší o této tématice najde čtenář v původní práci [2].

Tab. 8.4.3 Výsledné hodnoty posunutí vůči systému EUR, stočení vzhledem k astronomickému systému a délkových koeficientů

SYS	Hodnoty posunů [m]			Hodnoty stočení ["]			$K_{SYS} \cdot 10^6$	m_0	n
	$\Delta\Delta X^{SYS}$	$\Delta\Delta Y^{SYS}$	$\Delta\Delta Z^{SYS}$	ϵ_X^{SYS}	ϵ_Y^{SYS}	ϵ_Z^{SYS}			
EUR	$0,0 \pm 15,8$	$0,0 \pm 22,3$	$0,0 \pm 13,6$	$-1,2 \pm 0,7$	$-0,1 \pm 0,6$	$0,5 \pm 0,6$	$0,0 \pm 2,4$	$\pm 11,4$	4
NAD	$58,4 \pm 25,4$	$268,0 \pm 27,1$	$289,8 \pm 14,1$	$-0,8 \pm 0,7$	$0,3 \pm 0,7$	$-0,3 \pm 0,5$	$4,9 \pm 2,3$	$\pm 15,7$	7
SAD	$38,3 \pm 38,6$	$165,3 \pm 31,3$	$83,5 \pm 53,1$	$0,6 \pm 1,6$	$-0,1 \pm 1,2$	$-1,3 \pm 1,3$	$-11,1 \pm 5,1$	$\pm 23,9$	4
AUS	$-35,2 \pm 16,0$	$68,4 \pm 22,5$	$251,5 \pm 14,1$	$0,7 \pm 0,1$	$0,4 \pm 0,1$	$0,3 \pm 0,1$	$-0,8 \pm 0,4$	$\pm 1,6$	3

LITERATURA:

- [1] Böhm J., Radouch Vl.: Vyrovnávací počet. Vydavatelství ČVUT, Praha 1974.
- [2] Kabeláč J. a kol.: Propojení pěti geodetických referenčních systémů pomocí družicové světové sítě BC-4. Geod. a kart. obzor, roč. 23/65, č. 6, str. 127 – 132, Praha 1977.
- [3] Smithsonian Standard Earth (III). SAO Special Report, No. 353, Cambridge, Massachusetts 1973.

8.5 Závěr

V předchozích kapitolách, tedy v kap. 7, ale především v kap. 8, bylo pojednáno o geometrických metodách DG. Měřenými veličinami byly směry a délky. A tyto naměřené veličiny, a není možné by tomu bylo jinak, určovaly metody výpočtů a ev. další aplikace. Jsou to metody relativně jednoduché, které již patří z části minulosti a v případě měřených směrů přináležejí minulosti zcela.

S rozvojem prostorových technik vznikaly možnosti měření nových veličin. Tím byly získávány nové zprostředkující veličiny, které umožňovaly zcela odlišné postupy nejen pro budování geodetických sítí, o kterých se především hovořilo v předchozích textech, ale i k získání dalších charakteristik nejen geometrických, ale i fyzikálních.

Vyjmenujme proto zde ty **základní úkoly**, které nám družice umožnily řešit, neboť před „erou“ družicovou řešitelné nebyly. A máme na mysli úkoly vhodné nejen pro geodézii, ale i pro obory příbuzné. Jsou to:

- 1) Určení vzájemné polohy bodů pomocí hvězdné (stelární) triangulace.
- 2) Vybudování kontinentálních a světových družicových sítí.
- 3) Propojení různých geodetických (referenčních) systémů.

- 4) Určení vzájemných posunutí středů referenčních elipsoidů a stočení elipsoidů vzhledem k astronomickému systému.
- 5) Určení délkového měřítka sítě.
- 6) Určení geocentrických souřadnic stanice.
- 7) Určení posunutí středů referenčních elipsoidů vzhledem k těžišti Země.
- 8) Vybudování jednotného světového geodetického systému.
- 9) Určení velikosti a tvaru obecného elipsoidu.
- 10) Určení geopotenciálních harmonických (Stokesových) koeficientů v rozvoji pro gravitační potenciál Země.
- 11) Zjištění průběhu geoidu vůči obecnému elipsoidu.
- 12) Upřesnění některých geodetických konstant.
- 13) Určení pohybů pólů a pohybů zemské kůry.
- 14) Studium atmosféry atp.

Způsob řešení uvedených úloh závisí od druhu měřených veličin a jistěže i od žádaného cíle. Dělíme je na:

- α) **Geometrické úlohy**, které nevyžadují vázanost na těžiště Země a měřeními/zprostředkujícími veličinami jsou délky a směry.
- β) **Orbitální úlohy**, též polodynamické či semidynamické, kdy získané veličiny musí být vázány na těžiště Země, a to pomocí geocentrických souřadnic družice. Měření/zprostředkující veličiny jsou odvislé od metody měření, viz kap. 8.5.1. Výpočtem získané veličiny jsou tudíž, či mohou být, vázány/vztaženy na/k těžišti Země.
- γ) **Dynamické úlohy** užívají veličin vázaných na těžiště Země. Měřeními veličinami mohou být rovněž geocentrické souřadnice družice ev. jiné, opět odvislé od metody měření, viz kap. 8.5.1. Výpočtem získané veličiny však udávají změny žádaných veličin.

Vraťme se nyní ke stručnému popisu metod prostorových technik a tím i k principiálnímu popisu získávání nových měřických informací, jakož i nových informací plynoucích z jejich aplikací.

8.5.1 Metody a měřené veličiny – jejich využití v geodézii

Uveden bude stručný přehled. Jeho úkolem je rozšířit obzor v oboru družicové geodézie a zde upozornit na další možnosti využití v geodézii. Detailněji bude pojednáno v části XI, pokud nebylo učiněno v kap. 7 a 8.

A) **Měření směrů**, viz poslední odstavec v kap. 8.1, rovněž viz [2, s.92].

B) **Měření délek**, viz poslední odstavec v kap. 8.1, rovněž viz [2, s. 98].

C) **Měření dopplerovské**. První průzkumná dopplerovská měření byla provedena již na počátku družicové éry, kdy tento efekt byl pozorován a numericky aplikován na družici Sputnik 1. Po prvních měřeních v letech 1957 a 1958 sloužila dopplerovská měření vojenským účelům v USA. V roce 1967 byl tento systém odtajněn a pod názvem TRANSIT byl užíván jako námořní navigační družicový systém NNSS (Navy Navigation Satellite System) i k účelům civilním. Přesnost byla nízká a ještě koncem šedesátých let dosahovala několik set metrů. Po zvýšení přesnosti o dva řády se stala v sedmdesátých a osmdesátých

letech nejužívanější metodou DG pro určování poloh v civilním, vědeckém a vojenském sektoru. Na zvýšení přesnosti se podíleli i čeští geodeti.

Dopplerovské metody jsou založeny na Dopplerově efektu. Konkrétně na změně frekvence signálu vysílaného z družice v důsledku pohybu družice a pozemní stanice, tedy v důsledku změny radiální vzdálenosti stanice – družice. Způsoby měření těchto změn prošly vývojem.

Použití dopplerovské metody je, především však bylo, všestranné a bohaté v geodézii, mapování, inženýrské geodézii a ve vědeckých aplikacích. Předností je i možnost kombinace dopplerovské metody s jinými prostorovými technikami. Výslednými veličinami dopplerovských měření jsou geocentrické souřadnice. Patří tedy do úloh orbitálních a může řešit úlohy 4 až 11, viz kap. 8.5.

Na dopplerovské měření navázal francouzský program GEOLE a současný program DORIS. Systém dopplerovských měření pracoval až do roku 1995. Nahradil jej Globální polohový systém GPS. Bližší viz [2, s. 134] a [4].

D) Globální polohové systémy. Podobně jako metoda dopplerovská, tak i metoda globálních polohových systémů GPS (Global Positioning System) poskytuje zcela automaticky tři prostorové pravouhlé souřadnice stanice v souřadnicové soustavě elipsoidu WGS-84 a navíc korekci staničních hodin. V současnosti je v plném provozu navigační systém NAVSTAR (USA) a budovány jsou systémy GLONASS (Rusko) a GALILEO (Evropa). Bližší [2, s. 136] a především [4].

Výsledné hodnoty, získané měřením a výpočtem, mohou posloužit k řešení úloh pod body 1 až 14.

Pomocí této prostorové techniky byly na území ČR vybudovány, či jsou ve stavu zrodu, sítě:

- 1) CS-NULRAD-92 – Projekt, jehož cílem bylo vybudování národní prostorové sítě nultého^{*)} řádu, [1].
- 2) NULRAD – Síť nultého řádu na území České republiky, [1].
- 3) DOPNUL – DOPlnění sítě NULtého řádu^{*)}, [1].
- 4) CZEPOZ – Česká síť permanentních stanic GPS pro určování polohy.

E) Družicová altimetrie je moderní a neustále progresivní metoda DG. Měřicí přístroje (radarový altimetr, radiolokační výškoměr) je umístěn na palubě družice a tím obsáhne velké souvislé mořské plochy v krátkém čase. Měřenou veličinou je výška družice nad hladinou moře. Nad kontinenty metoda není použitelná. Konečným výsledkem aplikace je zjištění průběhu geoidu nad zvoleným elipsoidem v oblastech oceánů a moří, jakož i určení tzv. topografie vodních hladin. Patří zřetelně do úloh orbitálních a dynamických a řeší úlohy 9 až 11. Užítí je krom geodézie i v geodynamice a v oceánografii. Bližší [2, s. 132].

F) Sledování družice z družice SST (Satellite to Satellite Tracking). Vzájemně jsou vysílány a přijímány signály. Jejich zpracováním se získá vzdálenost mezi použitými družicemi, vzájemná rychlost i zrychlení. Tyto výsledky by měly posloužit k detailnímu podchycení tíhového pole, viz [2, s. 139], úlohy 11 až 13. Patří do úloh dynamických.

^{*)} Nejde o nultou síť ve smyslu finského budování sítě s užitím balónů.

G) **Družicová gradientometrie** umožňuje zjistit druhé derivace (gradienty) tíhového potenciálu podle směrů pravouhlých souřadnic. Z takto získaných hodnot je možno řešit některé základní úlohy fyzikální geodézie, jako je např. zjištění poloměru křivosti hladinových ploch, jejich orientace, přenos hodnot tíhového zrychlení atd. Viz úlohy 11 a 12. Patří do úloh dynamických, viz [2, s. 140].

H) **Mikroakcelerometrie** slouží ke zjištění diferenciálního zrychlení družice na drahách kolem Země, způsobených silami negravitačního původu, viz úloha 14, a hovoříme opět o úloze dynamické. Bližší [2, s. 140].

Kombinací uvedených metod pozorování/měření dochází k upřesnění studovaných jevů, k upřesňování konstant a k objektivnějšímu zhodnocení použitých metod. Příkladem je síť BC-4 původně určená čistě geometricky a poté ověřená dopplerovským měřením, viz [5] a [6]. Jiná rozsáhlejší vzájemná porovnání výsledků metod DG a tím i jejich zhodnocení jsou uvedena v [3].

LITERATURA:

- [1] Cimbálník M., Mervart L.: Vyšší geodézie 1 a 2. Vydavatelství ČVUT, Praha 1999.
- [2] Kabeláč J.: Úvod do kosmické geodézie, II. díl, Ediční středisko ČVUT, Praha 1991.
- [3] Mueller I. I. et al.: Global Satellite Triangulation and Trilateration. Report of the Department of Geod. Sc., No. 199, the Ohio State University, 1973.
- [4] Novák P.: Evaluation of gravity data for the Stokes-Helmert solution of the geodetic boundary – value problem. Report of the Department of Geodesy and Geomatics Engineering 207, UNB, p. 1 – 218, Fredericton 2000.
- [5] Schmid H. H.: Worldwide Geometric Satellite Triangulation. Journal of Geophysical Research, Vol. 79, No. 35, 1974.
- [6] Smithsonian Standard Earth (III). SAO Special Report, No. 353, Cambridge, Massachusetts 1973.