Harmonické prodlužování tíhových dat

Pavel Novák

České vysoké učení technické

říjen 2003

Řešení gravimetrického geoidu z diskrétních tíhových dat

Pavel Novák

České vysoké učení technické

Praha

duben 2003

ZÁKLADNÍ PARAMETRY TÍHOVÉHO POLE

- zemské tíhové pole = vektorové pole => vektorový popis

  např. vektor tíhového zrychlení $\vec{g}$

- příznivé vlastnosti tíhového pole – konzervativní a netočivé

  $$\vec{\nabla} \times \vec{g} = \vec{0}$$ (× … vektorový součin)

  => skalární popis vektorového pole :

  potenciál W (Gauss 1840) $$\boxed{\nabla W = \vec{g}}$$

- skalární popis je mnohem výhodnější

- problém : vektor $\vec{g}$ (či jeho komponenty) je měřitelný

  skalár W nikoliv (geopotenciální čísla)

  => transformace $\vec{g} \rightarrow W$

MODEL TÍHOVÉHO POLE (NORMÁLNÍ POLE)

- zemské těleso je tvarem podobné rotačnímu elipsoidu

  ⇒ tíhové pole Země je blízké poli generované tímto elipsoidem
- normální tíhové pole – pole homogeního geocentrického elipsoidu

  normální potenciál U – normální tíže $\vec{\gamma} = \nabla U$
- analytický popis (Pizzetti 1911, Somigliana 1929)

  4 parametry : a, b, M, ω (Stokes – Poincaré)
- normální pole aproximuje pole skutečné

  ⇒ U je aproximace W (skalární popis)

  $\vec{\gamma}$ je aproximace $\vec{g}$ (vektorový popis)

GEOID

- hladinová plocha zemského tíhového pole nejlépe reprezentující střední hladinu zemských oceánů
- princip Gauss (1822) a název Listing (1872)
- geoid a geodézie : vertikální datum pro ortometrické výšky
- dvě základní metody řešení :
  - geometrická – pomocí tížnicových odchylek určených z rozdílů geodetických a astronomických souřadnic (Helmert 1880)
  - gravimetrická – tíhová měření (Stokes 1849)
- dnes : dostatek kvalitních tíhových dat

  => gravimetrický geoid

ODCHYLKY SKUTEČNÉHO A NORMÁLNÍHO POLE

- U je dáno analyticky (Geodetic Reference System)

  ⇒ určují se pouze odchylky $\boxed{T = W - U}$ (Euler)

  T ... poruchový potenciál (malé hodnoty)

- vektorově : $\nabla T = \nabla (W - U) = \vec{g} - \vec{\gamma} = \vec{\delta g}$

  $\vec{\delta g}$ ... vektor tíhové poruchy

- výhoda : T i δg jsou relativně malé veličiny

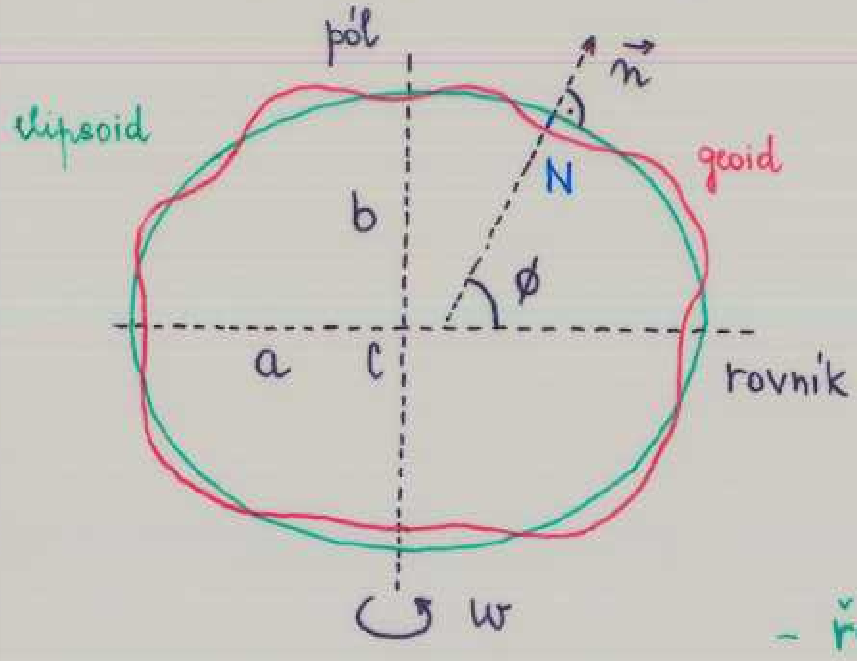
  např. $|\vec{g}| \approx 981\,000$ mGal

  $|\vec{\delta g}| = \pm 150$ mGal

  - $\vec{\delta g}$ se používá málo : $\delta g = -\dfrac{\partial T}{\partial r}$ (vertikální gradient)

MODELY GEOIDU

- geoid je geometricky velmi blízký referenčnímu elipsoidu



- odchylky geoidu od elipsoidu dle normály $\vec{n}$ jsou geoidální výšky N

$$N < \pm 150\ m$$

- při správné volbě elipsoidu

$$\oint\!\!\oint_S N\, dS = 0 \Rightarrow \text{určení } a, b$$

- řešit geoid = určovat hodnoty N

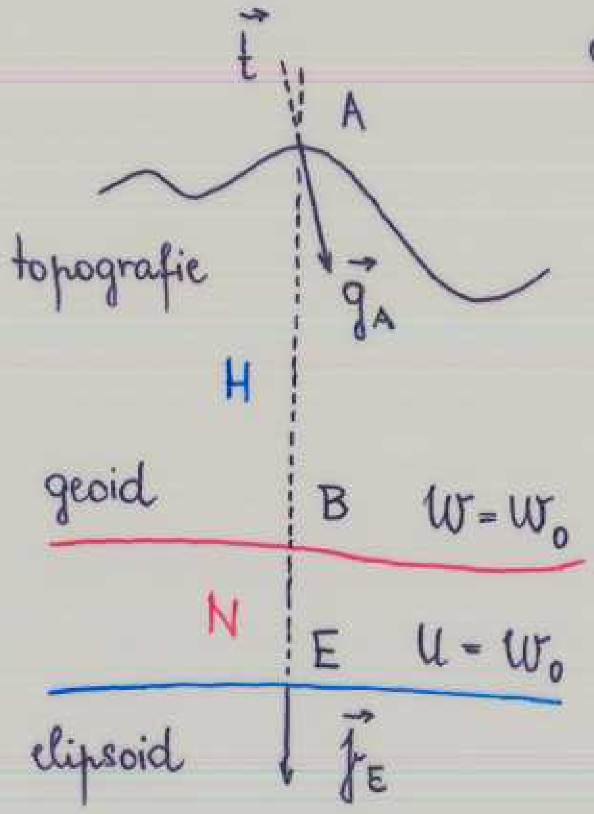
- modely geoidu : lokální (měřené hodnoty g)
  globální (GGM)

- kombinace lokálních a globálních dat

ŘEŠENÍ GEOIDU Z POZEMNÍCH DAT

- měřená data : tíže na povrchu jako funkce polohy (bod A)

gravimetrie – projekce vektoru $\vec{g}$ do tížnice $\vec{t}$



- geoid : $W = W_0 = \text{konst}.$

- vertikální lokalizace g :

a) ortometrická výška $H = \overline{AB}$ (nivelace)

b) geodetická výška $h = \overline{AE}$ (GPS)

$$\boxed{h \doteq H + N}$$

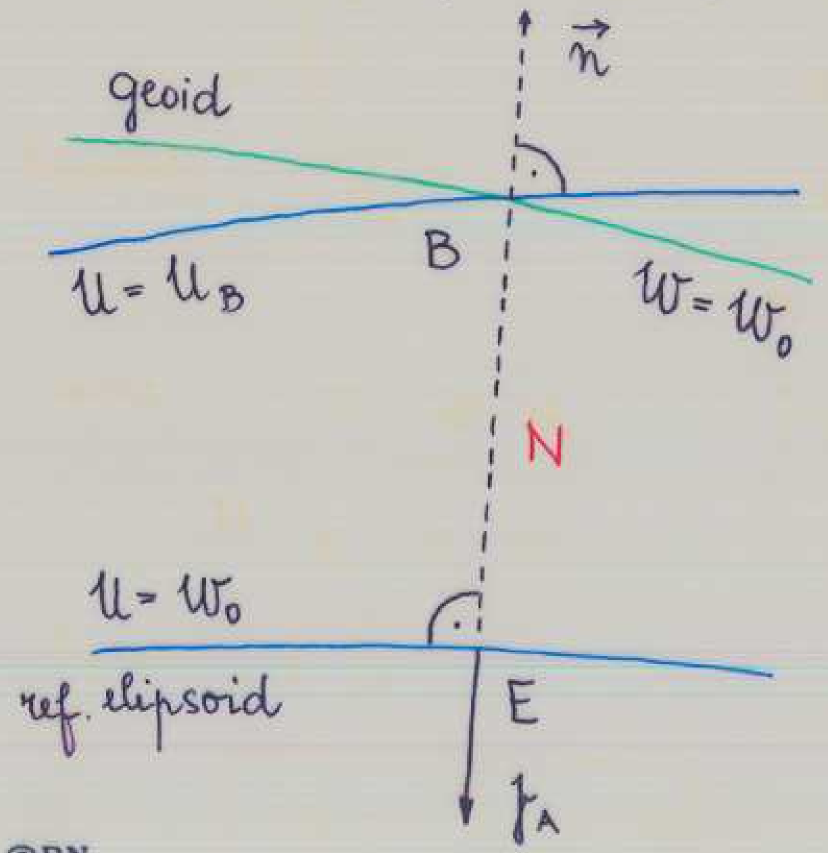
=> 2 úlohy a) Stokes (dnes)

b) Hotine (budoucnost)

$$\boxed{g_A \rightarrow T_B \rightarrow N}$$

VZTAH GEOIDÁLNÍ VÝŠKA N - PORUCHOVÝ POTENCIÁL T

- velmi důležitý vztah (Bruns 1878)
- aplikace při řešení geoidu transformací $g \rightarrow \delta g \rightarrow T \rightarrow N$



$$U_B - U_E = U_B - W_0 \doteq \left.\frac{\partial U}{\partial \vec{n}}\right|_E N$$

$$\left.\frac{\partial U}{\partial \vec{n}}\right|_E = -\gamma_E$$

$$U_B - W_0 = -T_B$$

$$\Rightarrow \quad -T_B \doteq -\gamma_E \cdot N$$

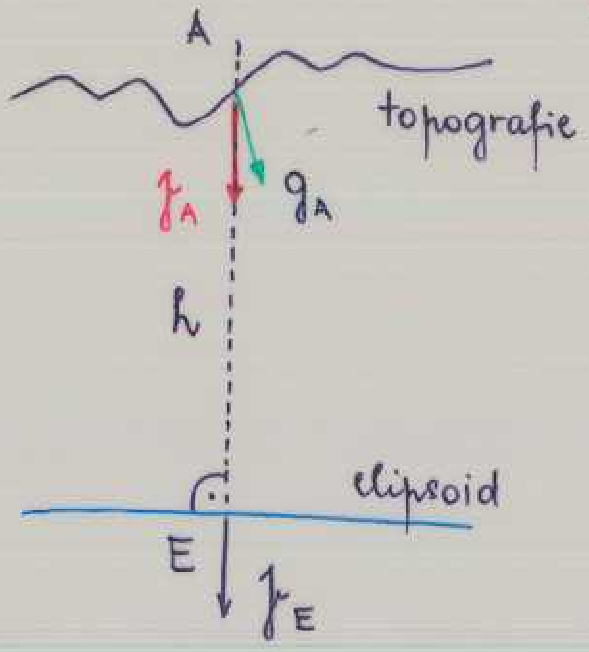
$$\boxed{N \doteq \frac{T_B}{\gamma_E}}$$

Bruns

ZÁKLADNÍ GRAVIMETRICKÁ ROVNICE (Hotine)

- funkční vztah mezi hodnotou tíhového zrychlení g a potenciálu T

$$\nabla T = \delta\vec{g} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\delta g_A = g_A - \gamma_A \doteq -\left.\frac{\partial T}{\partial \vec{n}}\right|_A}$$



$h = \overline{AE}$ (GPS)

g_A ... gravimetrie ($\pm$ 0.1 mGal)

γ_A ... určitelné z γ_E (Taylor):

$$\gamma_A = \gamma_E + \left.\frac{\partial \gamma}{\partial \vec{n}}\right|_E h + \mathcal{O}(h^2)$$

- vertikální gradient normálního zrychlení dán analyticky (Molodenskij 1960)
- Hotinova ZGR: okrajová podmínka pro Neumannův problém