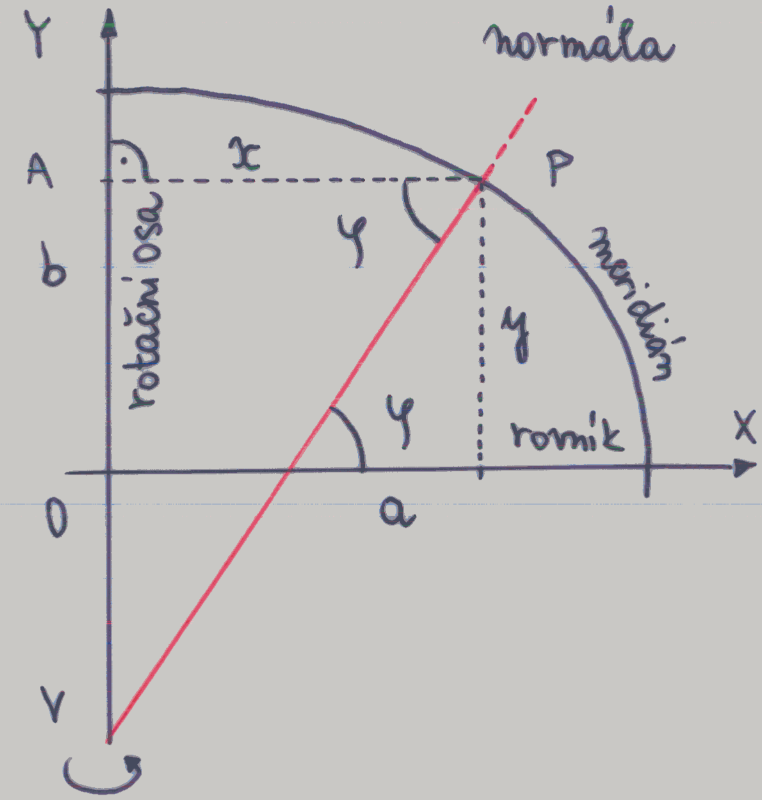
PŘÍČNÝ POLOMĚR KŘIVOSTI ROTAČNÍHO ELIPSOIDU



- řešení ΔAPV :

$$x = N\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad N = \frac{x}{\cos\varphi} \qquad (*)$$

$$x = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} \qquad (**)$$

- výsledek po dosazení (**) do (*) :

$$\boxed{N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}} \qquad (m)$$

- pro libovolný bod $\quad N \geq M$

- minimum $\varphi = 0$: $N = a$, maximum $\varphi = \pm 90^\circ$: $N = \dfrac{a}{(1-e)^{1/2}}$

POLOMĚRY KŘIVOSTI NORMÁLOVÉHO ŘEZU

- poloměr křivosti normálového řezu o azimutu α (Euler) :

$$\frac{1}{R_\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{M} + \frac{\sin^2\alpha}{N}$$

- střední poloměr křivosti (Grunert) :

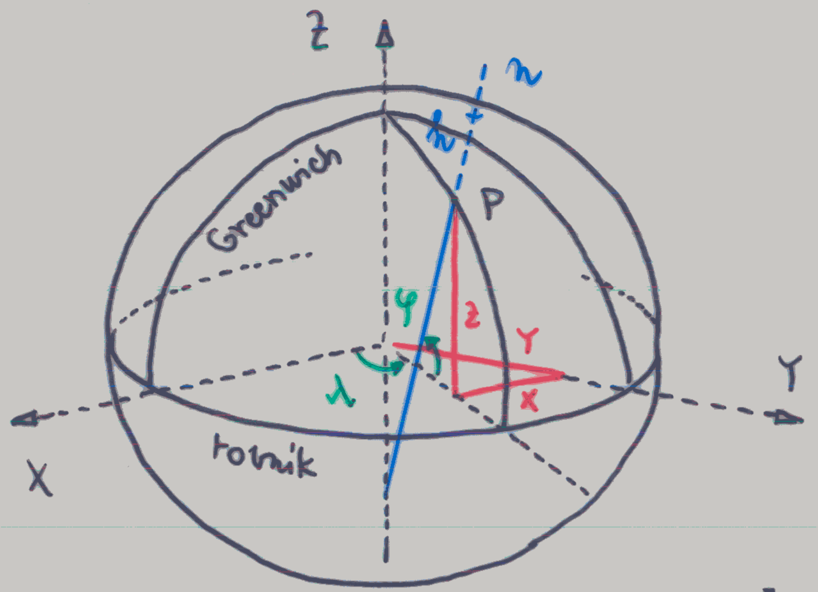
$$R_m = \sqrt{MN} = \frac{a(1-e^2)}{1-e^2\sin^2\varphi}$$

- poloměr rovnoběžky : $r = x = N\cos\varphi$
- poloměr náhradní koule : stejný objem $R = \sqrt[3]{a^2 b}$

  stejný povrch $R = b\sqrt{1+\frac{2}{3}e^2+\dots}$

  atd.

TRANSFORMACE KARTÉZSKÉ ⟷ GEODETICKÉ SOUŘADNICE



- bod na elipsoidu :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \cos\varphi \cos\lambda \\ N \cos\varphi \sin\lambda \\ N(1-e^2) \sin\varphi \end{bmatrix}$$

- bod nad elipsoidem :

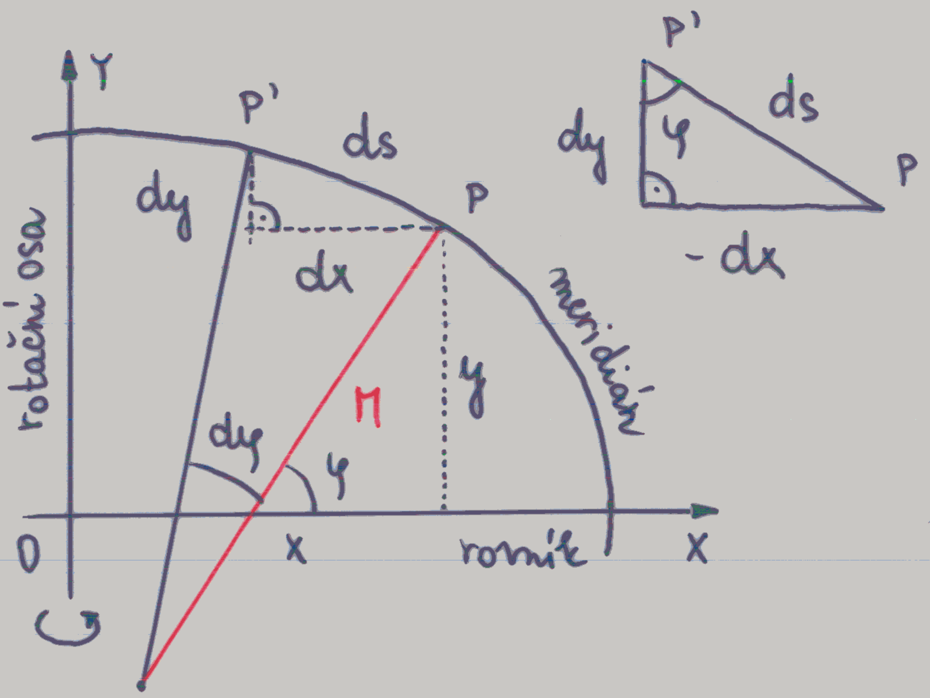
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h) \cos\varphi \cos\lambda \\ (N+h) \cos\varphi \sin\lambda \\ [N(1-e^2)+h] \sin\varphi \end{bmatrix}$$

h ... geodetická výška měřena po normále n !

- kompletní geodetické souřadnice $\{\varphi, \lambda, h\}$ Gauss

! důležité kvůli GPS !

MERIDIÁNOVÝ POLOMĚR KŘIVOSTI ROTAČNÍHO ELIPSOIDU



– délkové elementy ds, dx, dy

$$ds = M\,d\varphi = -\frac{dx}{\sin\varphi}$$

$$\Rightarrow \quad M = -\frac{1}{\sin\varphi}\,\frac{dx}{d\varphi}$$

$$x(\varphi) = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}$$

$$\frac{dx}{d\varphi} = -\frac{a\cdot\sin\varphi\,(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{M = \frac{a\,(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}}} \quad (m)$$

– minimální pro $\varphi = 0$: $M = a\,(1-e^2)$

– maximální pro $\varphi = \pm 90°$: $M = \dfrac{a}{\sqrt{1-e^2}}$

DÉLKA OBLOUKU POLEDNÍKU A ROVNOBĚŽKY ROTAČNÍHO ELIPSOIDU

- délka elementu poledníkového oblouku :

$$ds = M\,d\varphi = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2\sin^2\varphi)^3}}\,d\varphi$$

$$s(\varphi_0,\varphi) = a(1-e^2)\int_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}}$$

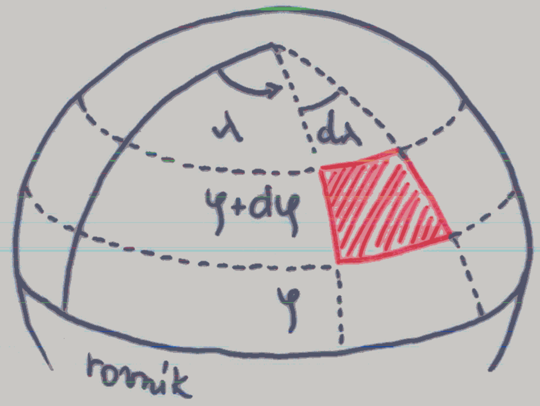
numerika : PC + numerický integrátor (dříve řady)

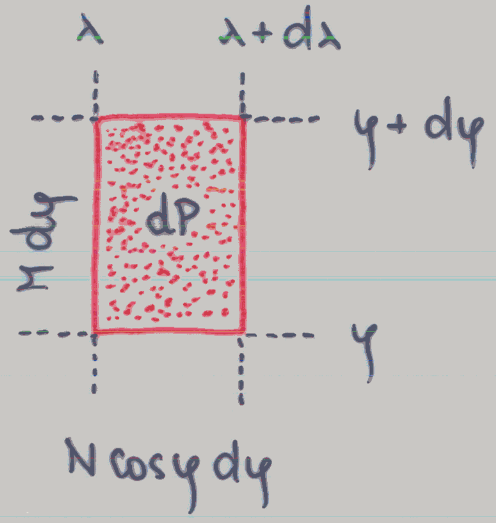
- délka elementu oblouku rovnoběžky :

$$s(\lambda_0,\lambda) = N\cos\varphi\,(\lambda-\lambda_0)$$

λ, λ_0 ... radián

POVRCH ČÁSTI A CELÉHO ROTAČNÍHO ELIPSOIDU





- element plochy :

$$dP = MN \cos\varphi \, d\varphi \, d\lambda$$

- celková plocha :

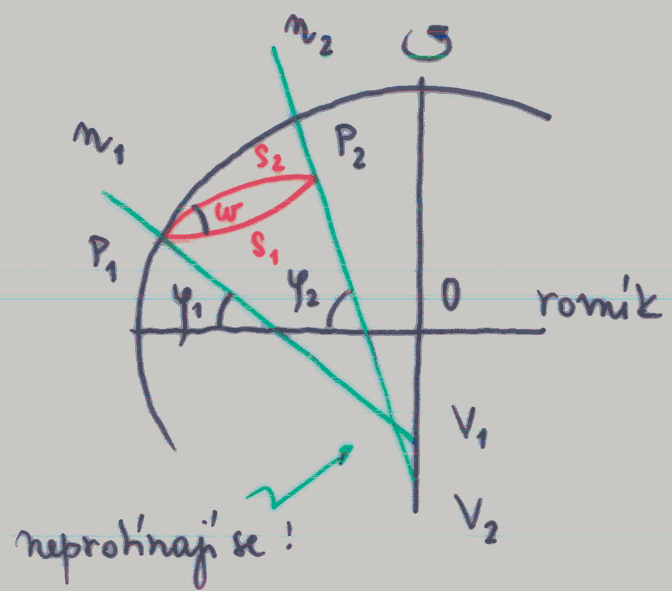
$$P = \iint dP$$

– plocha elipsoidu rotačního :

$$dP = \frac{a^2(1-e^2)\cos\varphi}{(1-e^2\sin^2\varphi)^2}\, d\varphi\, d\lambda \Rightarrow P = a^2(1-e^2)\,\Delta\lambda \int_0^{\varphi} \frac{\cos\varphi\, d\varphi}{(1-e^2\sin^2\varphi)^2}$$

$$\boxed{P = a^2(1-e^2)(\lambda_2-\lambda_1)\frac{1}{4e}\left[\ln\frac{1+e\sin\varphi}{1-e\sin\varphi} + \frac{2e\sin\varphi}{1-e^2\sin^2\varphi}\right]_0^{\varphi}}$$

NORMÁLOVÉ ŘEZY MEZI DVĚMA BODY NA ELIPSOIDU



- dva libovolné body $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$
  $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$

- přímý normálový řez s_1 :

řez elipsoidu rovinou $P_1 V_1 P_2$, která obsahuje normálu n_1 a prochází bodem P_2

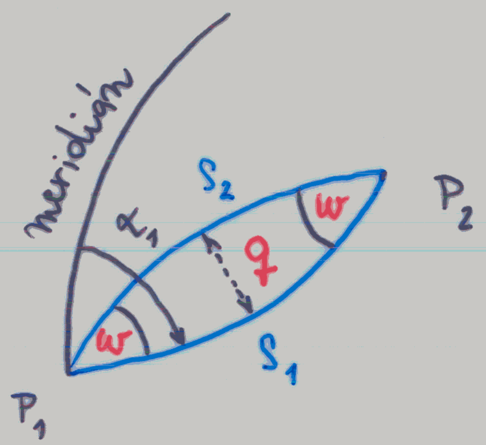
- zpětný normálový řez s_2 :

řez elipsoidu rovinou $P_2 V_2 P_1$, která obsahuje normálu n_2 a bod P_1

- pozor : normály ve dvou bodech jsou obecně mimoběžné !

- normálové řezy splynou , leží-li oba body na stejném poledníku
  či rovnoběžce tj. pro $\varphi_1 = \varphi_2 \vee \lambda_1 = \lambda_2$

DÉLKA OBLOUKU NORMÁLOVÉHO ŘEZU



- normálové řezy rotačního elipsoidu jsou obecné elipsy resp. jejich části
- délku lze vyjádřit řadou

$$s_1 = N_1 \sigma_1 \left(1 - \frac{1}{6}\sigma_1^2 \eta_1^2 \cos^2\alpha_1 + \frac{1}{8}\sigma_1^3 \eta_1^2 \tan\varphi_1 \cos\alpha_1 - \dots\right)$$

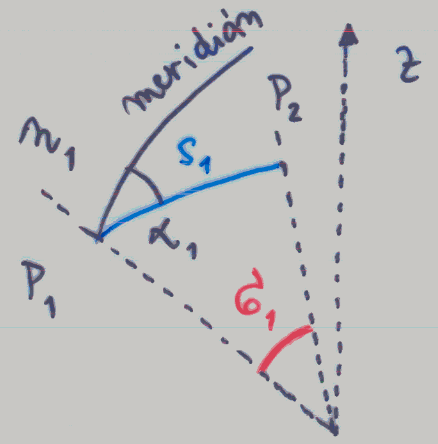
dostatečné pro $s < 100$ km

N_1 ... příčný poloměr v bodě P_1

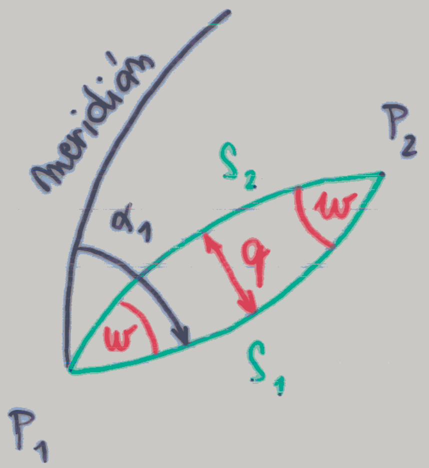
σ_1 ... úhel dle obrázku

α_1 ... azimut řezu v bodě P_1

$$\eta_1^2 = e'^2 \cos^2\varphi_1$$



PRŮBĚH VZÁJEMNÝCH NORMÁLOVÝCH ŘEZŮ



- úhel normálových řezů w :

$$w \doteq \frac{1}{2}\left(\frac{s_1}{N_1}\right)^2 \eta_1^2 \sin\alpha_1 \cos\alpha_1$$

$$\text{pro } \eta_1^2 = e_1'^2 \cos^2\varphi_1$$

- odlehlost vzájemných normálových řezů :

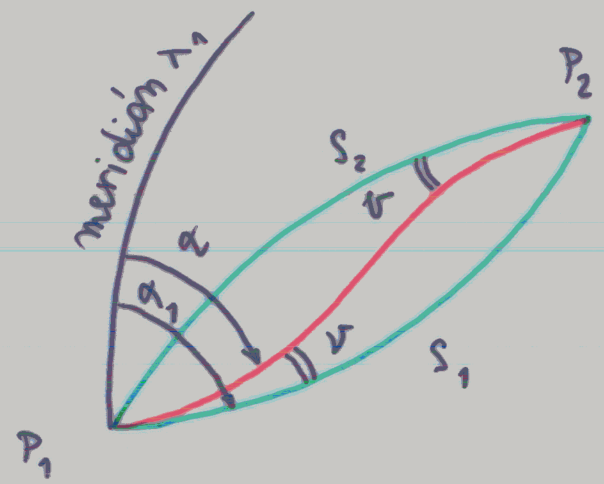
$$q \doteq \frac{1}{8}\,\frac{s_1^3}{N_1^2}\,\eta_1^2 \sin\alpha_1 \cos\alpha_1$$

- obě veličiny závisí na s, α, φ :

např. pro $\varphi_1 = 45°$, $\alpha_1 = 45°$, $s_1 = 100$ km

$w \doteq 0{,}042''$ $\qquad$ $q \doteq 5{,}2$ mm

GEODETICKÁ ČÁRA NA ROTAČNÍM ELIPSOIDU



- dva normálové řezy pro 2 body,

ale 1 geodetická čára

Definice: křivka, jejíž hlavní normála je v každém bodě totožná s normálou plochy (nejkratší spojnice dvou bodů)

analogie v rovině - přímka, na kouli - hlavní kružnice

- geodetická čára zpravidla probíhá mezi normálovými řezy
- obraz geodetické křivky v rovině konformního zobrazení je křivka
- úhel $v \doteq \dfrac{w}{3}$ … neplatí však pro extrémní případy

  např. body na jedné rovnoběžce