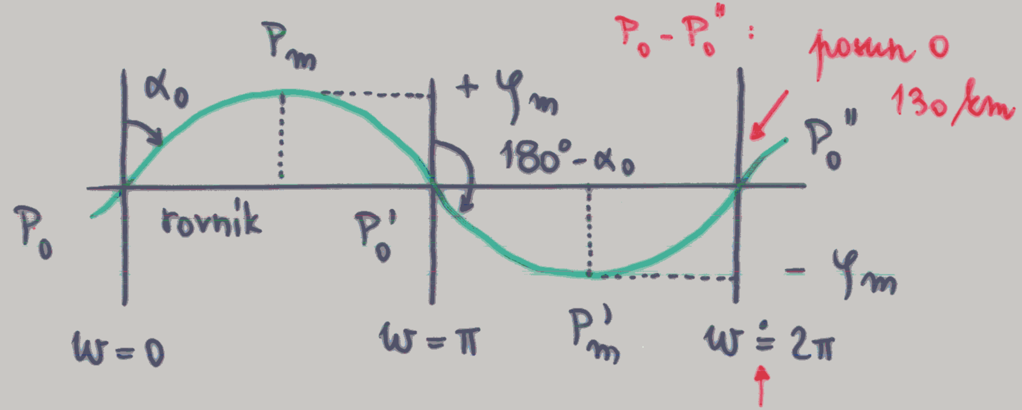
PRŮBĚH GEODETICKÉ KŘIVKY NA ROTAČNÍM ELIPSOIDU



Clairautova věta :

V každém bodě geodetické křivky je součin příslušného poloměru rovnoběžky a sinu azimutu stejný.

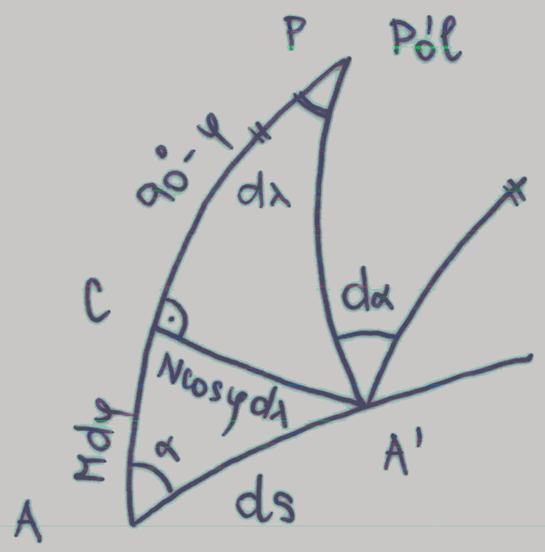
matematicky : $r_i \sin\alpha_i = N_i \cos\varphi_i \sin\alpha_i = \text{konst.}$

- nejsevernější bod P_m : azimut $\alpha_m = 90°$
- nejjižnější bod P_m' : azimut $\alpha'_m = 90°$

bod P_0 a P_0'' nejsou totožné !

- obrázek : křivka začne na rovníku pod azimutem α_0

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE GEODETICKÉ KŘIVKY



ds ... element geodetické čáry s, která vychází z bodu A pod azimutem α

$\widehat{AP}$ a $\widehat{A'P}$ ... oblouky poledníků

$\widehat{A'C}$ ... oblouk rovnoběžky

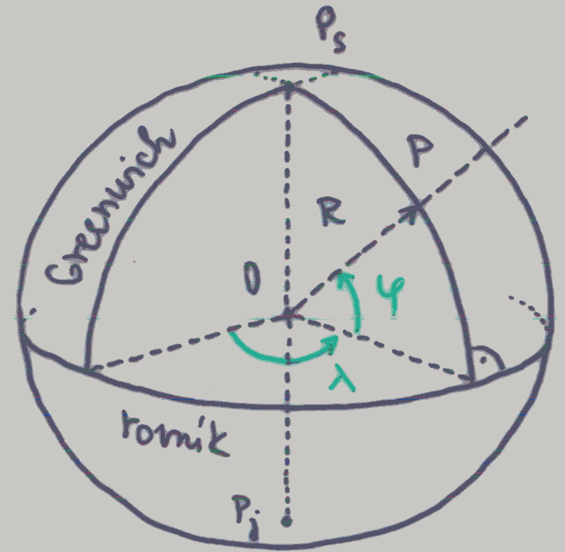
- řešení elementárního $\Delta\, AA'C$:

diferenciální rovnice geodetické křivky :

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{\cos\alpha}{M}\ , \quad \frac{d\lambda}{ds} = \frac{\sin\alpha}{N\cos\varphi}\ , \quad \frac{d\alpha}{ds} = \frac{\sin\alpha}{N\cot\varphi}$$

- velmi důležité : výchozí vztahy pro řešení hlavních úloh na rotačním elipsoidu

REFERENČNÍ KOULE



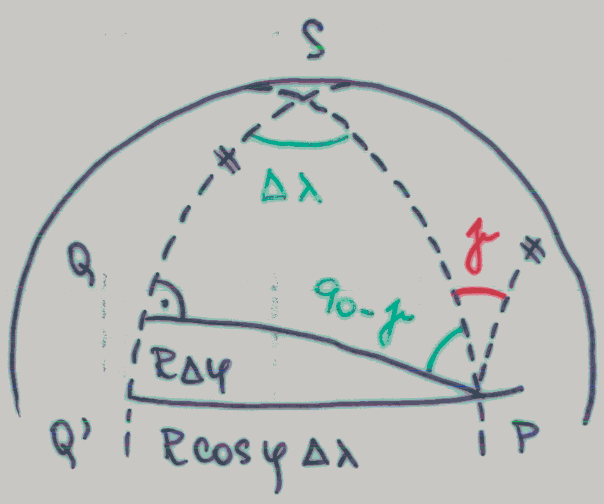
- v mnohých aplikacích je možno nahradit elipsoid koulí:
  - konstantní křivost
    ⇒ jeden poloměr křivosti R
  - všechny normály prochází středem
  - normálové roviny řežou hlavní kružnice

- oblouk hlavní kružnice spojující dva body se nazývá **ortodroma** (ortodroma je zároveň geodetická křivka)

- sférické souřadnice:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\cos\varphi\cos\lambda \\ R\cos\varphi\sin\lambda \\ R\sin\varphi \end{bmatrix}$$

MERIDIÁNOVÁ KONVERGENCE NA NÁHRADNÍ KOULI



- sbíhavost poledníků – úhel γ
  úhel, který svírá rovnoběžka se základním poledníkem v bodě P
  - zároveň odklon kilometrové sítě na mapě od světových stran

- určení meridiánové konvergence z ΔPQS (Neperova pravidla):

$$\boxed{\operatorname{tg}\gamma = \sin\varphi \cdot \tan\Delta\lambda}$$

- meridiánová konvergence se uvažuje v bodech P a Q, nikoli však v bodě Q'

ORTODROMA

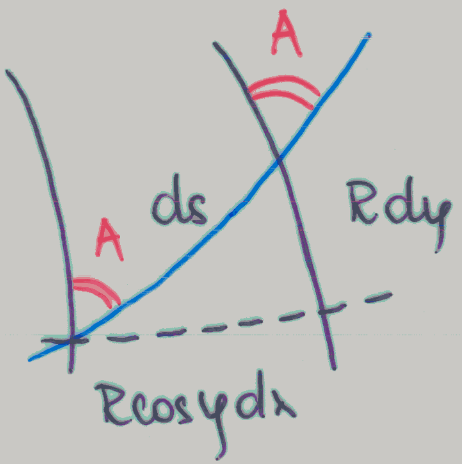
- geodetická křivka na kulové ploše, kratší z oblouků hlavní kružnice spojující dva body
- poledníky jsou hlavní kružnice, rovnoběžky mimo rovník nikoli !
- délka ortodromy = délka hlavní kružnice = $2\pi R$
- ortodromu lze v terénu vytýčit jako polygon o úhlech 180°

LOXODROMA

- křivka protínající všechny poledníky pod konstantním úhlem

$A = 0°$ ... poledník

$A = 90°$ ... rovnoběžka



$$S = \frac{R}{\cos A}(\varphi_2 - \varphi_1)\ ,\quad A \neq 90°$$

ŘEŠENÍ TROJÚHELNÍKŮ NA ROTAČNÍM ELIPSOIDU

- strany trojúhelníku na rotačním elipsoidu : geodetické křivky
- při běžných aplikacích se úlohy řeší přechodem na náhradní kouli

  tj. aparátem sférické trigonometrie (strany < 50 - 60 km)
- metoda sférického excesu (Legendre) :

  součet úhlů ve sférickém trojúhelníku $\alpha + \beta + \gamma = 180° + \varepsilon$

  sférický exces $\varepsilon = \dfrac{P}{R^2}$, kde P ... obsah Δ

  R ... poloměr koule

  hodnota ε pro území ČR : $\approx 0{,}005065'' \cdot P\ [km^2]$

Legendre : Sférický trojúhelník můžeme řešit jako rovinný o stejných stranách, zmenšíme-li každý jeho úhel o třetinu excesu.

(parafráze)

ZÁKLADNÍ GEODETICKÉ ÚLOHY

- rozeznáváme 2 základní geodetické úlohy (ZGÚ)
- obecná formulace :

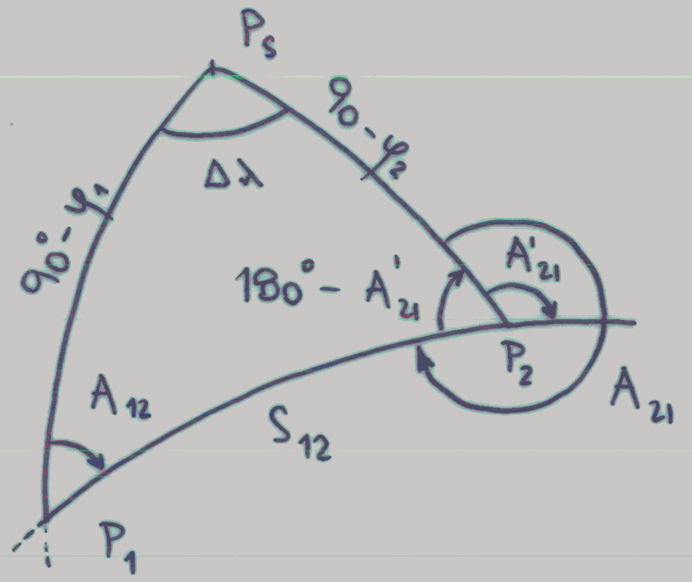
1. ZGÚ : Jsou dány souřadnice bodu P_1 na ploše, azimut α_{12} a délka geodetické křivky s_{12} na bod P_2. Máme vypočítat souřadnice bodu P_2 a azimut α_{21}.

2. ZGÚ : Jsou dány souřadnice bodů P_1 a P_2 na dané ploše. Máme vypočítat délku geodetické křivky s_{12}, a oba azimuty α_{12} a α_{21} v koncových bodech P_1 a P_2.

- řešení v rovině, na kouli, na rotačním elipsoidu

(přenos, délka čáry, aplikace)

ŘEŠENÍ ZÁKLADNÍCH ÚLOH NA KOULI



1. úloha :

$$\sin\varphi_2 = \sin\varphi_1 \cos\frac{S_{12}}{R} + \cos\varphi_1 \sin\frac{S_{12}}{R}\cos A_{12}$$

$$\sin\Delta\lambda = \sin\frac{S_{12}}{R}\cdot\frac{\sin A_{12}}{\cos\varphi_2}$$

$$-\sin A_{21} = \cos\varphi_1 \frac{\sin A_{12}}{\cos\varphi_2}$$

2. úloha :

Neperovy analogie

$$\tan\frac{A'_{21}+A_{12}}{2} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi_2)}{\sin\frac{1}{2}(\varphi_2-\varphi_1)}\tan\frac{\Delta\lambda}{2}, \qquad \sin\frac{S_{12}}{R} =$$

$$\tan\frac{A'_{21}-A_{12}}{2} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi_2)}{\cos\frac{1}{2}(\varphi_2-\varphi_1)}\tan\frac{\Delta\lambda}{2}, \qquad = \sin\Delta\lambda\frac{\cos\varphi_2}{\sin A_{12}}$$

$$A_{12} = \frac{A'_{21}+A_{12}}{2} - \frac{A'_{21}-A_{12}}{2}, \qquad A_{21} = \frac{A'_{21}+A_{12}}{2} + \frac{A'_{21}-A_{12}}{2} \pm 180°$$

REDUKCE MĚŘENÍ NA ROTAČNÍ ELIPSOID

- pro řešení základních úloh na rotačním elipsoidu musíme redukovat měřené hodnoty na povrchu Země
- redukce měřených azimutů (úhlů) a délek
- redukce se dají rozdělit na dvě skupiny :
    1) geometrické vlivy
    2) vliv tíhového pole
- dříve velmi důležité : relativní určování polohy
- dnes : 3D relativní polohování pomocí GPS

  => redukce na elipsoid není nutná,

  přímé vyrovnání souřadnic z měřených veličin

REDUKCE AZIMUTU NA ROTAČNÍ ELIPSOID

– redukce ve 3 krocích : $\alpha_{ij}^{E} = \underbrace{A_{ij} + \Delta\alpha_1}_{\alpha_{ij}} + \Delta\alpha_2 + \Delta\alpha_3$

1. oprava z tížnicové odchylky (tíhové pole) … Laplace

$$\Delta\alpha_1 = -\underline{\eta}_i \tan\varphi_i - (\underline{\xi}_i \sin A_{ij} - \underline{\eta}_i \cos A_{ij}) \cdot \cot \underline{z}_{ij}$$

2. oprava na normálový řez (geometrie)

$$\Delta\alpha_2 \doteq \frac{h_j}{2M_m} \cdot e^2 \sin 2\alpha_{ij} \cdot \cos^2\varphi_m$$

h_j … výška bodu P_j

3. oprava na geodetickou čáru (geometrie)

$$\Delta\alpha_3 \doteq -\frac{e^2}{12N_m} \cdot \cos^2\varphi_m \cdot \sin 2\alpha_{ij} \cdot s_{ij}$$

s_{ij} … délka $\overset{\frown}{P_iP_j}$

$$M_m = \frac{1}{2}(M_i + M_j), \quad N_m = \frac{1}{2}(N_i + N_j), \quad \varphi_m = \frac{1}{2}(\varphi_i + \varphi_j)$$