

Úloha 3: Určení polohy z kódových měření

Motivace

Zpracování kódových pozorování je nejjednodušším způsobem určení 3D polohy a je běžnou praxí navigačních i geodetických GPS přijímačů. V této úloze navážeme na předchozí dvě, které se věnovaly dráze GPS družice (SP3, nav. RINEX), použitím observačního RINEXu k určení souřadnic přijímače v systému WGS-84.

Zadání

Dle čísla zadání použijte observační RINEX (zimm0100.14o) a určete polohu přijímače použitím pseudovzdáleností z C/A kódu ze dvou epoch $t_k = \{t_1, t_2\}$. Pro určení polohy družic v čase vyslání signálu použijte buď:¹

1. navigační zprávu (zimm0100.14n) - při práci s navigačním souborem použijte **nejbližší** epochu pro dílčí PRN (nikoli nejbližší nižší).
2. přesné dráhy (igs17745.sp3)

Zadání	t_1, t_2 (hh:mm:ss)
1	10-Jan-2014 12:00:00, 12:15:00
2	10-Jan-2014 12:15:00, 12:30:00
3	10-Jan-2014 12:30:00, 12:45:00
4	10-Jan-2014 12:45:00, 13:00:00
5	10-Jan-2014 13:00:00, 13:15:00
6	10-Jan-2014 13:15:00, 13:30:00
7	10-Jan-2014 13:30:00, 13:45:00
8	10-Jan-2014 13:45:00, 14:00:00
9	10-Jan-2014 14:00:00, 14:15:00
10	10-Jan-2014 14:15:00, 14:30:00
11	10-Jan-2014 14:30:00, 14:45:00
12	10-Jan-2014 14:45:00, 15:00:00

Data viz <http://geomatika.kma.zcu.cz/?page=gps>

Popis formátů v GNSS:

<http://www.gage.es/gFD>

Odhad náročnosti úlohy: cca 350 příkazových řádků v Matlabu.

¹... nebo oba soubory (nepovinné)

Určení polohy družice ve WGS-84 z kódových měření

Řešení úlohy spočívá v řešení následujících kroků

1. import dat
2. určení času vyslání signálu
3. výpočet polohy družic v čase vyslání signálu
4. řešení matematického modelu MNČ
5. odhad chyb a kontrola oprav
6. [iterace - opakování (3-5) s novou přibližnou polohou přijímače]

Čas vyslání signálu

Máme-li importována data z observačního RINEXu, lze použít měřené pseudovzdálenosti $P_k^i(C/A)$ k určení okamžiku vyslání signálu jako

$$t_e^i = t_k - \frac{P_k^i}{c} \quad (1)$$

kde pro rychlost světla máme $c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Matematický model pro kódová měření (bez uvážení vlivu atmosféry aj.)

Pro řešení MNČ vyjdeme z observační rovnice:

$$P_k^i = \sqrt{(x_k - x^i)^2 + (y_k - y^i)^2 + (z_k - z^i)^2} + c \cdot (\delta_k - \delta^i) = \rho_k^i + c \cdot (\delta_k - \delta^i), \quad (2)$$

pro kterou máme ve smyslu MNČ rovnici oprav (pro vyrovnání zprostředkujících veličin)

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \ell^*$$

a odhad neznámých je pomocí MNČ

$$\mathbf{x} = -\left(\mathbf{A}^\top \mathbf{P} \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^\top \mathbf{P} \ell^*,$$

kde \mathbf{P} zvolíme jako jednotkovou matici neznáme-li váhy jednotlivých měření.

Vektor ℓ^* (vektor redukováných měření) je po linearizaci dán:

$$\ell^* = \rho_{0k}^i - P_k^i - c \cdot \delta^i = \sqrt{(x_{0k} - x^i)^2 + (y_{0k} - y^i)^2 + (z_{0k} - z^i)^2} - P_k^i - c \cdot \delta^i, \quad (3)$$

kde x_{0k}, y_{0k}, z_{0k} jsou přibližné souřadnice přijímače (vzaté z hlavičky observačního RINEXu), δ^i je chyba hodin družice určená z navigačního RINEXu nebo SP3 souboru.

Matice plánu (Jacobiho matice) je dána parciálními derivacemi zprostředkující rovnice podle neznámých. Pro neznámé $x_k, y_k, z_k, (c \cdot \delta^i)$ dostáváme:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_k^1}{\partial x} & \frac{\partial P_k^1}{\partial y} & \frac{\partial P_k^1}{\partial z} & \frac{\partial P_k^1}{\partial c\delta_k} \\ \frac{\partial P_k^2}{\partial x} & \frac{\partial P_k^2}{\partial y} & \frac{\partial P_k^2}{\partial z} & \frac{\partial P_k^2}{\partial c\delta_k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_k^n}{\partial x} & \frac{\partial P_k^n}{\partial y} & \frac{\partial P_k^n}{\partial z} & \frac{\partial P_k^n}{\partial c\delta_k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_{0k}-x^1}{\rho_{0k}^1} & \frac{z_{0k}-y^1}{\rho_{0k}^1} & \frac{z_{0k}-z^1}{\rho_{0k}^1} & 1 \\ \frac{x_{0k}-x^2}{\rho_{0k}^2} & \frac{z_{0k}-y^2}{\rho_{0k}^2} & \frac{z_{0k}-z^2}{\rho_{0k}^2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_{0k}-x^i}{\rho_{0k}^i} & \frac{z_{0k}-y^i}{\rho_{0k}^i} & \frac{z_{0k}-z^i}{\rho_{0k}^i} & 1 \end{pmatrix}$$

kde i je počet měření v dané epoše. Pro dvě epochy (analogicky pro více epoch) je nutno matici plánu rozšířit o chybu hodin přijímače v druhé epoše, neboť ta není v čase konstantní. Potom máme:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{x_{0k}-x^1}{\rho_{0k}^1} & \frac{z_{0k}-y^1}{\rho_{0k}^1} & \frac{z_{0k}-z^1}{\rho_{0k}^1} & 1 & 0 \\ \frac{x_{0k}-x^2}{\rho_{0k}^2} & \frac{z_{0k}-y^2}{\rho_{0k}^2} & \frac{z_{0k}-z^2}{\rho_{0k}^2} & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_{0k}-x^i}{\rho_{0k}^i} & \frac{z_{0k}-y^i}{\rho_{0k}^i} & \frac{z_{0k}-z^i}{\rho_{0k}^i} & 1 & 0 \\ \hline \frac{x_{0k}-x^{i+1}}{\rho_{0k}^{i+1}} & \frac{z_{0k}-y^{i+1}}{\rho_{0k}^{i+1}} & \frac{z_{0k}-z^{i+1}}{\rho_{0k}^{i+1}} & 0 & 1 \\ \frac{x_{0k}-x^{i+2}}{\rho_{0k}^{i+2}} & \frac{z_{0k}-y^{i+2}}{\rho_{0k}^{i+2}} & \frac{z_{0k}-z^{i+2}}{\rho_{0k}^{i+2}} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_{0k}-x^{i+ii}}{\rho_{0k}^{i+ii}} & \frac{z_{0k}-y^{i+ii}}{\rho_{0k}^{i+ii}} & \frac{z_{0k}-z^{i+ii}}{\rho_{0k}^{i+ii}} & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

kde ii je počet měření ve druhé epoše.

Výpočet chyby hodin družice

Určení δ^i se liší podle typu drah družic. Při použití přesných drah ze souboru sp3 hodnotu δ^i interpolujeme na okamžik vyslání (použijte `interp, polyfit, ...`). S navigační zprávou lze δ^i určit pomocí $DT = t_e^i - t_{eph}$ s t_{eph} jako čas efemerid:

$$\delta^i = CB + \frac{\partial CB}{\partial t} \cdot DT + \frac{\partial^2 CB}{\partial t^2} \cdot DT^2, \quad (4)$$

kde CB je tzv. *clock bias*, $\frac{\partial CB}{\partial t}$ *clock drift* a $\frac{\partial^2 CB}{\partial t^2}$ tzv. *clock drift rate* (všechny tři veličiny jsou v navigační zprávě). Hodnotu δ^i pak použijeme ve vektoru redukovanych měření.

Výpočet středních chyb a kontrola linearizace

- kovarianční matice $Q = (\mathbf{A}^\top \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1}$
- střední chyba jednotková $m_0 = \sqrt{\frac{\Sigma \mathbf{v}^\top \mathbf{v}}{(m-n)}}$

- $PDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$, $GDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_{\delta_i}^2}$, $TDOP = \sigma_{\delta_i}$
- střední chyby $m_x = m_0\sqrt{Q_{1,1}}$, $m_y = m_0\sqrt{Q_{2,2}}$, ..., $m_{\delta_k} = m_0\sqrt{Q_{4,4}}/c$
- druhý výpočet oprav - určené neznámé se dosadí do funkčního vztahu - rovnice (2). Kontrola (nejen linearizace, ale částečně i algoritmizace) je dána rozdílem $v^I - v^{II}$.

K odevzdání a formání náležitosti TZ

- Závěr obsahující popis a diskuzi výsledků včetně popisu toho, co bylo provedeno a jak (vlastními slovy).
 - x,y,z ve WGS-84 a oprava hodin přijímače (v sekundách i metrech) pro každou epochu.
 - Střední chyby: jednotková, chyby souřadnic, PDOP, GDOP
 - Kontrola druhým výpočtem oprav a odpověď na otázku, zda je linearizace dostatečná
- Případně připojte jakékoli další postřehy z řešení úlohy.
- TZ ve formátu pdf s uvedeným příjmením a číslem úlohy odevzdejte emailem sebera@asu.cas.cz nebo sebera@ntis.zcu.cz.
- Pokud použijete další zdroj, uveďte jej v seznamu literatury.
- Standardní náležitosti TZ jako hlavička, ..., závěr (neúplná TZ bude bez kontroly vrácena k přepracování).
- V TZ popište použité veličiny (řídte se požadavkem na maximální reprodukovatelnost výsledků za použití jen Vaší TZ), obrázky uvádějte s popisem (caption), fyzikální hodnoty s fyz. jednotkou atd.

Tipy a poznámky

- Interpolace v Matlabu: `interp1`, `polyfit`, `polyval` - v rámci `interp1` je vhodná volba `v5cubic`
- Vyhledávání `find`, `intersect`, ...
- Práce s typově stejnými ale rozměry lišícími se maticemi - `{}`, `cell`, `cell2mat`, `mat2cell`, ...
- Pozor: v této úloze jsou časy vyslání signálů zvoleny blízké časům v sp3 souborech, aby bylo možno použít polynomů nízkého stupně (kubické). Pro libovolné časové okamžiky v rámci sp3 se obecně doporučují vyšší polynomy (stupně ~ 12).
- Využijte Matlab help pro hledání podrobností o použitých nástrojích.

- Namísto Matlabu lze použít volně dostupný [GNU Octave](#), který má pro základní operace téměř shodnou syntaxi.

Nepovinné pro zájemce

- Observační RINEX zimm0100.14o obsahuje rovněž P2 kód. Zpracovat P2 data lze identicky záměnou na vstupu.
- Přijímač se nepohyboval, lze tedy uvážit více než dvě epochy pro určení polohy - jak se změní matice A a co lze očekávat od hodnot středních chyb při rostoucím počtu dat v takovém případě?